



Zbirka zadataka iz matematike za studente učiteljskih studija

Marija Juričić Devčić
Tin Perkov
Goran Trupčević
Predrag Vuković



Izdavač
Učiteljski fakultet Sveučilišta u Zagrebu
Zagreb, Savska cesta 77
www.ufzg.hr

Za izdavača
Ivan Prskalo

Glavna urednica
Dubravka Težak

Urednik
Tin Perkov

Recenzenti
Neva Slani
Kristina Penzar

Lektorica
Božica Vuić

Naslovnica
Antonija Balić-Šimrak

ISBN 978-953-8115-34-9

“Stigli smo”, reče Brojko Vragolko spuštajući Roberta.
Stajali su ispred duge i raskošne, krasno osvijetljene palače.
“Gdje mi je samo pozivnica?” upita Robert. “Mislim da sam je zaboravio kod kuće.”
“Nema veze”, umirivao ga stari. “Ovdje može ući svatko tko zbilja želi. Ne znaju svi gdje je raj brojeva. Zato rijetki i dođu.”

(Hans Magnus Enzensberger, “Brojko Vragolko”)

Predgovor

Glavna namjena ove zbirke je da bude baza zadataka za vježbu u svladavanju gradiva kolegija Matematika I i Matematika II, koje predajemo na Učiteljskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu. No, brojnost i raznovrsnost zadataka nadilazi ovu glavnu svrhu te se nadamo da će zbirka studentima biti korisna i na višim godinama studija kad slušaju metodičke kolegije. Također se nadamo da zbirka može biti korisna i studentima drugih učiteljskih studija i učiteljima, te da može poslužiti i predmetnim nastavnicima matematike u osnovnim pa i srednjim školama.

Na kraju zbirke navedena su rješenja većine zadataka. Izuzetak su zadaci za razmišljanje, u obliku pitanja s potpitanjima, koji su pogodni i za usmeno ispitivanje. Također, većina zadataka u kojima se traži da se nešto dokaže nemaju ponuđena rješenja jer je u samom tekstu zadatka sadržano i konačno rješenje – tvrdnja koju treba dokazati. Napominjemo da su neka rješenja napisana u približnom obliku, zaokružena na dvije decimale.

Bit ćemo zahvalni za svaki ispravak greške i bilo koju drugu sugestiju koja će doprinijeti kvaliteti budućih izdanja zbirke.

Autori

Sadržaj

Predgovor	2
1 Logika	5
2 Skupovi	11
3 Prirodni brojevi	17
3.1 Prirodni brojevi – zbrajanje i oduzimanje	17
3.2 Prirodni brojevi – množenje i dijeljenje	20
3.3 Brojevni sustavi	24
3.4 Djeljivost i dijeljenje s ostatkom	31
3.5 Prosti brojevi	33
3.6 Najveća zajednička mjera. Euklidov algoritam	34
3.7 Diofantske jednačbe	36
3.8 Modularna aritmetika (kongruencije)	37
3.9 Princip matematičke indukcije	39
3.10 Osnove kombinatorike	43
4 Cijeli brojevi	46
5 Racionalni brojevi	50
5.1 Racionalni brojevi (razlomci)	50
5.2 Decimalni zapis racionalnog broja	52
5.3 Algebarski izrazi i algebarski razlomci	57
6 Realni brojevi	61
6.1 Računanje s realnim brojevima	61
6.2 Omjeri. Razmjeri. Proporcionalnost	65
6.3 Postoci	66
7 Kompleksni brojevi	71

8	Osnovne algebarske strukture	77
9	Funkcije	81
9.1	Relacije	81
9.2	Nizovi	85
9.3	Linearna funkcija	90
9.4	Kvadratna funkcija	93
9.5	Polinomi	96
9.6	Kompozicija funkcija	98
9.7	Inverzna funkcija	99
9.8	Razni zadaci o funkcijama	101
10	Geometrija	132
10.1	Točka, pravac, dužina	132
10.2	Kut, udaljenost, paralelnost i okomitost	133
10.3	Trokut	142
10.4	Četverokut	143
10.5	Konstrukcije trokuta i četverokuta	144
10.6	Poligoni	148
10.7	Površina	149
10.8	Geometrijska preslikavanja	152
10.9	Krug i kružnica	153
10.10	Geometrijska tijela	168
	Rješenja	170

1

Logika

1. Jesu li ovo sudovi?

(a) $2 + 3 = 5$

(b) $2 + x = 4$

(c) $\sqrt{3}$ je racionalan broj.

(d) *Prestanite govoriti!*

(e) π je lijevo.

(f) *Trokut sa stranicama 20, 30 i 50 je pravokutni.*

(g) *Ja sada lažem.*

2. Napišite negacije sudova iz 1. zadatka i odredite koji su od njih istiniti.

3. Od sudova *Pada kiša.* i *Kolnici su mokri.* napravite novi sud operacijom

(a) konjunkcija

(b) disjunkcija

(c) implikacija

(d) ekvivalencija.

Odredite istinitost dobivenih sudova.

4. Za sve sudove iz 3. zadatka, napišite njihove negacije te im odredite istinitost.

5. Napišite tablice istinitosti za sudove.

(a) $B \Rightarrow (A \Rightarrow B)$

1. LOGIKA

(b) $(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$

(c) $\overline{(A \Rightarrow B)} \Leftrightarrow \overline{(\bar{A} \vee B)}$

(d) $A \vee (B \Rightarrow A)$

(e) $(\bar{B} \Rightarrow \bar{A}) \wedge A$

(f) $\overline{(A \vee \bar{B})} \vee A$

6. Neka su p, q sudovne varijable. Napišite tablice istinitosti za sudove:

(a) $(p \vee q) \Rightarrow \overline{(p \wedge q)}$

(b) $\overline{(p \Rightarrow q)} \wedge (p \vee q)$

(c) $(p \wedge \bar{q}) \Rightarrow (p \vee q)$

(d) $(p \wedge \bar{q}) \vee (p \Rightarrow q)$

(e) $((p \wedge q) \Rightarrow \bar{p}) \vee q$

(f) $(\bar{p} \Rightarrow \bar{q}) \wedge p$

(g) $(\bar{p} \wedge q) \vee (p \Rightarrow q)$

(h) $(\bar{p} \vee \bar{q}) \Rightarrow p$

(i) $(p \wedge \bar{q}) \Rightarrow (p \vee q)$.

7. Napišite obrat i obrat po kontrapoziciji tvrdnji:

(a) *Ako je prirodan broj djeljiv s 3 i sa 7, onda je djeljiv i s 21.*

(b) *Ako je $x > 1$, onda je $\log x > 0$.*

(c) *Ako je $x^2 > 1$, onda je $x > 1$.*

(d) *Ako je $b^2 - 4ac \geq 0$, tada jednačba $ax^2 + bx + c = 0$ ima realna rješenja.*

(e) *Ako je $m = 0$, onda je $\frac{m}{n} = 0$.*

(f) *Ako je a ili b djeljiv s 3, onda je i $a \cdot b$ djeljiv s 3.*

8. Proverite istinitost tvrdnji iz 7. zadatka.

9. Napišite negacije sudova:

(a) *Broj $\sqrt{20}$ je veći od 4, ali nije od 5.*

(b) *Broj 18 je djeljiv s 3 i 4.*

(c) *Pravokutni trokut ima jedan kut od 90° i jedan od 60° .*

(d) *Dva paralelna pravca sijeku se u jednoj ili u dvije točke.*

(e) *Svaki prirodan broj djeljiv je s 2 ili s 3.*

Odredite istinitosti zadanih sudova i njihovih negacija.

10. Napišite simbolima tvrdnje:

(a) *Za svaki realni broj x vrijedi $x^2 + 2x + 2 > 0$.*

(b) *Za svaki realan broj postoji prirodan broj koji je veći od njegovog kvadrata.*

(c) *Postoji realan broj koji je veći od recipročnih vrijednosti svih prirodnih brojeva. (Recipročna vrijednost od n je $\frac{1}{n}$.)*

(d) *Za svaki cijeli broj postoji prirodan broj koji je jednak njegovoj apsolutnoj vrijednosti.*

(e) *Postoji pozitivan realan broj koji je manji od kvadrata svakog prirodnog broja.*

(f) *Postoji prirodan broj manji od 5, čiji je kvadrat veći od 20.*

Za svaku tvrdnju napišite simbolima i njezinu negaciju.

11. Provjerite istinitost tvrdnji iz 10. zadatka.

12. Napišite obrate, obrate po kontrapoziciji i negacije sudova:

(a) *Ako je n^2 djeljiv s 4, onda je i n djeljiv s 4.*

(b) *Ako je prirodan broj n manji od 7, onda je n manji ili jednak 6.*

(c) *Ako 6 dijeli prirodan broj n , onda i 3 dijeli n .*

(d) *Ako je trokut ABC pravokutni, onda su mu svi kutevi manji ili jednaki 90° .*

(e) *Ako je cijeli broj n veći od 7, onda je i $-n$ veći od -7 .*

(f) *Ako je cijeli broj n veći od 5, onda je i n^2 veći od 25.*

(g) *Ako su realni brojevi a, b veći od 1, onda je i ab veći od 1.*

(h) *Ako je prirodan broj n djeljiv s 2 i s 4, onda je djeljiv i s 8.*

(i) *Ako je prirodan broj n paran, onda je djeljiv s 4.*

(j) *Ako je realan broj x veći od 3, onda je i x^2 veći od 9.*

Odredite istinitosti tih sudova.

13. Riješite jednadžbe i nejednadžbe:

(a) $2x + 3 = 5$

1. LOGIKA

- (b) $5 - 3x > 3 - x$
- (c) $x^2 - 3x + 2 = 2x - 2$
- (d) $x^2 - 2x + 3 \leq 5 - x$
- (e) $x^4 + x^2 - 2 = 0$
- (f) $-x^4 + 3x^2 + 4 > 0$
- (g) $\frac{3x-5}{x+6} < 2$
- (h) $\frac{5x-7}{2x-3} \geq 3$
- (i) $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$
- (j) $2^{2x} - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$
- (k) $\sqrt{x-2} = 4 - x$
- (l) $\sqrt{1-x} = 1 + x$.

Povucite odgovarajuće implikacije i ekvivalencije između redaka (sudova) u vašim rješenjima. Tamo gdje vrijedi implikacija, ali ne i ekvivalencija, komentirajte zašto ne možete ići u suprotnom smjeru, tj. zašto ne vrijedi obrat. Također, upišite veznike \wedge, \vee na odgovarajuća mjesta.

- 14.** Pomoću tablica istinitosti dokažite De Morganove formule algebre sudova:

- (a) $\neg(a \& b) = \neg a \vee \neg b$
- (b) $\neg(a \vee b) = \neg a \& \neg b$.

- 15.** Dokažite da je logički izraz

$$((a \Rightarrow b) \& (\neg a \Rightarrow b)) \Rightarrow b$$

tautologija.

- 16.** Dokažite da je logički izraz

$$((a \& \neg b) \Rightarrow (c \& \neg c)) \Rightarrow (a \Rightarrow b)$$

tautologija.

- 17.** Ispitajte vrijednost istinitosti logičkog izraza

$$((p \vee q) \& (\neg p)) \Rightarrow q.$$

18. Ispitajte vrijednost istinitosti logičkog izraza

$$(\neg p \Rightarrow (q \ \& \ \neg q)) \Rightarrow p.$$

19. Dokažite da vrijedi

$$a \ \& \ b = \neg(a \Rightarrow \neg b).$$

20. Dokažite da vrijedi

$$(a \Rightarrow c) \ \& \ (b \Rightarrow c) = (a \vee b) \Rightarrow c.$$

21. Dokažite da vrijedi

$$(a \Rightarrow b) \ \& \ (a \Rightarrow c) = a \Rightarrow (b \ \& \ c).$$

22. Dokažite da je logički izraz

$$(a \Rightarrow b) \Rightarrow ((a \Rightarrow \neg b) \Rightarrow \neg a)$$

tautologija.

23. Dokažite da je logički izraz

$$(a \Rightarrow b) \Rightarrow ((b \Rightarrow c) \Rightarrow (a \Rightarrow c))$$

tautologija.

24. Ispitajte je li logički izraz

$$(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p)$$

tautologija.

25. Ispitajte je li logički izraz

$$p \ \& \ (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$$

tautologija.

26. Ispitajte je li logički izraz

$$((p \vee q) \ \& \ r) \vee ((q \vee \neg r) \ \& \ p) \vee (\neg p \ \& \ (r \vee \neg q)) \Rightarrow (p \vee r) \vee (\neg p \ \& \ \neg q)$$

tautologija.

1. LOGIKA

27. Ispitajte vrijednost istinitosti logičkog izraza

$$((p \& q) \vee ((\neg q \vee \neg r) \Rightarrow (r \& p))) \Leftrightarrow ((\neg p \Rightarrow q) \& (q \vee r) \& (\neg r \Rightarrow p)).$$

28. Ispitajte vrijednost istinitosti logičkog izraza

$$((p \vee r) \& (p \Rightarrow q) \& (r \Rightarrow s)) \Rightarrow (q \vee s).$$

29. Neka su p , q , r redom oznake za sudove: “cijeli broj a je djeljiv s 5”, “cijeli broj a je djeljiv sa 6”, “cijeli broj a je djeljiv s 30”. Koristeći te oznake odredite formule algebre sudova koje predstavljaju sljedeće složene sudove:

- (a) Cijeli broj a djeljiv je s 30 ako i samo ako je djeljiv s 5 i 6.
- (b) Ako cijeli broj a nije djeljiv sa 6, onda nije djeljiv ni s 30.
- (c) Ako je cijeli broj a djeljiv sa 6, a nije djeljiv s 5, onda nije djeljiv s 30.

30. Ispitajte je li logički izraz

$$(p \Rightarrow q) \vee (r \Rightarrow s) \Rightarrow (p \vee r \Rightarrow q \vee s)$$

tautologija.

31. Ispitajte je li logički izraz

$$(p \Rightarrow q) \& (r \Rightarrow s) \Rightarrow (p \& r \Rightarrow q \& s)$$

tautologija.

32. Zadana je formula algebre sudova

$$F(p,q) = (p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p).$$

Dokažite da je $F(p,q)$ tautologija.

33. Pomoću tablica istinitosti ispitajte jesu li međusobno ekvivalentne sljedeće formule algebre sudova:

$$F(p,q) = (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$$

$$G(p,q) = (q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (\neg p \Rightarrow \neg q).$$

2

Skupovi

34. Neka je $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ univerzalni skup. Promatramo podskupove

$$A = \{1,2,3,8,9,10\}, B = \{2,3,5,7\}, C = \{4,6,8,9\}.$$

Odredite skupove $A \cap B$, $C \cap A$, $B \cap C$, $A \cup B$, $B \cup C$.

35. Za skupove U , A , B , C iz 34. zadatka odredite A^c , B^c , C^c .
36. Za skupove A , B , C iz 34. zadatka odredite $B \setminus C$, $C \setminus B$, $A \setminus C$, $A \setminus B$.
37. Za skupove A , B , C iz 34. zadatka odredite $A \cap B \cap C$, $A \cup B \cup C$, $(A \cup C) \setminus B$, $A \setminus (B \setminus C)$, $B \setminus (A \cup C)$, $B \setminus A$, $(B \setminus A) \cup (B \setminus C)$.
38. Neka je $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ univerzalan skup te neka su dani njegovi podskupovi

$$A = \{1,2,4,6,8\}, B = \{1,3,5,8,9\}, C = \{1,3,4,7,9\}.$$

Odredite skupove $B \cap A^c$, $(B \cup A) \setminus C$, $C \cap (A \setminus B)$.

39. Neka je $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ univerzalan skup te neka su dani njegovi podskupovi

$$A = \{2,5,6,8,10\}, B = \{2,3,5,7,9\}, C = \{1,3,5,7,8\}.$$

Odredite skupove $B^c \cup C$, $(A \setminus C) \cap B$, $C \setminus (A \cup B)$.

40. Neka je $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ univerzalan skup te neka su dani njegovi podskupovi

$$A = \{1,3,5,8,9\}, B = \{2,5,6,8,10\}, C = \{1,4,6,8,10\}.$$

Odredite skupove $B \cup C^c$, $(B \cap C) \setminus A$, $A \cup (B \setminus C)$.

2. SKUPOVI

41. Neka je $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ univerzalan skup te neka su dani njegovi podskupovi

$$A = \{1,4,5,7,9\}, B = \{1,2,4,6,8\}, C = \{2,4,6,7,10\}.$$

Odredite skupove $C \cap A^c$, $B \setminus (A \cap C)$, $(C \setminus A) \cup B$.

42. Neka je $A = \langle 2,6 \rangle$, $B = \langle 3,7 \rangle$, $C = \{1,3\}$, $D = [0,5]$ i $E = \{1,2,3\}$. Skicirajte u koordinatnoj ravnini skupove $A \times D$, $B \times D$, $C \times D$, $A \times E$, $B \times E$, $C \times E$.

43. Dokažite da za sve skupove A , B , C vrijedi:

- (a) $((A \cup B) \setminus C) \cap B = B \setminus C$
- (b) $((A \cap B) \setminus C) \cup B = B$
- (c) $((A \setminus B) \cap C) \cup A = A$
- (d) $((A \setminus B) \cup C) \cap B = B \cap C$.

Nacrtajte odgovarajuće Vennove dijagrame.

44. Dokažite da za sve skupove A , B , C vrijedi:

- (a) $(C \cup B) \cap (A \cup B) \supseteq C \cap B$
- (b) $(A \cup B) \setminus C \supseteq A \setminus C$
- (c) $(A \cap B) \cup (A \cap C) \subseteq B \cup C$
- (d) $(A \cup B) \cap (A \cup C) \subseteq A \cup B$.

Nacrtajte odgovarajuće Vennove dijagrame. Primjerom pokažite da jednakost ne mora vrijediti.

45. Ispitajte odnose među skupovima:

- (a) $A \setminus (B \cap C)$ i $(A \setminus B) \cap C$
- (b) $(A \cup C) \cap B$ i $(B \cap C) \cup A$
- (c) $B \setminus (A \cup C)$ i $(B \setminus A) \cup C$
- (d) $C \cup (A \setminus B)$ i $(C \cup A) \setminus B$
- (e) $(B \cup C) \setminus A$ i $B \cup (C \setminus A)$
- (f) $(B \setminus C) \cap A$ i $B \setminus (C \cap A)$
- (g) $(B \cup A) \cap C$ i $B \cup (A \cap C)$
- (h) $(A \cap C) \cup B$ i $(B \cup C) \cap A$.

Nacrtajte Vennove dijagrame, dokažite odgovarajuće inkluzije. Ukoliko jednakosti ne moraju vrijediti, pokažite to primjerom.

46. (a) Neka su A, B, C proizvoljni skupovi. Pomoću Vennovih dijagrama ispitajte odnos između skupova:
- $(B \cup C) \setminus A$ i $C \setminus A$
 - $(A \cap B) \setminus (A \setminus C)$ i $(A \cap C) \cup (B \setminus C)$
 - $(A \cap C) \setminus B$ i $C \setminus B$.
- (b) Neka su zadani skupovi $A = \{1,4,5,6,8\}$, $B = \{2,3,4,5,7,8\}$, $C = \{1,3,5,6,8,9,10\}$. Provjerite u ovome slučaju vaše zaključke iz prvog dijela zadatka.

47. Dokažite De Morganove formule algebre skupova:

(a) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

(b) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

direktnim dokazom i pomoću Vennovih dijagrama.

48. Zadan je skup $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ i skupovi $X, Y, Z \subseteq S$, takvi da je:

$$X \cap Y = \{1\}, \quad X \cup Y = \{1,2,3,4,5\},$$

$$X \cap Z = \{2,3,4\}, \quad X \cup Z = \{1,2,3,4,5\}.$$

Odredite skupove X, Y i Z . (Napomena: zadatak ima dva rješenja – napišite oba!)

49. Na primjeru skupova

$$A = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x \leq 1\}$$

$$B = \{y \in \mathbb{R} : 0 \leq y \leq 3\}$$

$$C = \{y \in \mathbb{R} : 2 \leq y \leq 4\}$$

pokažite da vrijedi

$$A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C).$$

50. Na primjeru skupova

$$A = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x \leq 1\}$$

$$B = \{y \in \mathbb{R} : 0 \leq y \leq 3\}$$

$$C = \{y \in \mathbb{R} : 2 \leq y \leq 4\}$$

pokažite da vrijedi

$$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C).$$

51. Na primjeru skupova

$$A = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leq x \leq 7\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} : 4 \leq x \leq 6\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} : 2 \leq x \leq 5\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} : 5 \leq x \leq 7\}$$

pokažite da vrijedi skupovna jednakost

$$(A \setminus B) \cap (C \setminus D) = (A \cap C) \setminus (B \cup D).$$

52. Pomoću Vennovih dijagrama pokažite da vrijedi

$$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$$

53. Pomoću Vennovih dijagrama pokažite da vrijedi

$$(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C).$$

54. Pomoću Vennovih dijagrama pokažite da vrijedi

$$(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C).$$

55. Pomoću Vennovih dijagrama pokažite da vrijedi

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C).$$

56. Pomoću Vennovih dijagrama pokažite da vrijedi

$$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C).$$

57. Pomoću Vennovih dijagrama pokažite da vrijedi

$$(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C).$$

58. Zadani su skupovi $A = \{p, q, r\}$ i $B = \{p, q, s, t\}$. Odredite skup

$$(\mathcal{P}(A) \setminus \mathcal{P}(B)) \cup (\mathcal{P}(B) \setminus \mathcal{P}(A)).$$

59. Ispišite partitivni skup skupa $A = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}\}$.

60. Ispišite partitivni skup skupa $A = \{\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}\}$.

61. Zadani su skupovi $A = \{1,2,3\}$ i $B = \{2,3,4\}$. Pokažite da je

$$\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B).$$

62. Zadani su skupovi

$$A = \{x \in \mathbb{N} : 1 < x \leq 4\} \quad \text{i} \quad B = \{x \in \mathbb{N} : 4 \leq x < 6\}.$$

Pokažite da je

$$\mathcal{P}(A \cup B) \supset \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B).$$

63. Zadani su skupovi:

$$A = \{a,b,c,d,e\}, \quad B = \{a,d,f\}, \quad C = \{b,e,f,g\}, \quad D = \{a,f,g,h\}.$$

Odredite skup S tako da bude ispunjeno:

$$S \subset A, \quad S \cap (B \cup D) = \emptyset, \quad (A \cap C) \setminus S = \emptyset, \quad \{c\} \setminus S = \{c\}.$$

64. Zadani su skupovi:

$$A = \{2,3,6,9,12\}$$

$$B = \{1,4,7,9,11,13\}$$

$$C = \{3,6,9,11,13\}$$

i univerzalni skup

$$U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13\}.$$

Ispitajte vrijede li skupovne jednakosti:

(a) $(A \cup B)^c \cap C = A^c \cap B^c \cap C$

(b) $(A \cap B)^c \cap C = (A^c \cap C) \cup (B^c \cap C).$

65. Zadani su skupovi:

$$A = \{0,1,2,3\}$$

$$B = \{0,2,5,6\}$$

$$C = \{2,3,6,7\}.$$

Odredite Kartezijev produkt

$$(C \setminus (A \cup B)) \times (B \setminus (A \setminus C))$$

i prikažite ga grafički.

2. SKUPOVI

66. Pomoću Vennovih dijagrama riješite skupovne jednačbe (tj. izrazite nepoznanicu X pomoću A i B i skupovnih operacija):

(a) $X = A \setminus (A \setminus B)$

(b) $X \cup (A \cap B) = A, X \subseteq B^c.$

67. Pomoću Vennovih dijagrama prikažite skup $(A \setminus B) \cup (A \cap B).$

68. Odredite skupove A, B i C ako vrijedi:

$$A \cup B = \{2,3,4,5,6,7,8\}$$

$$B \cup C = \{1,2,4,6,8\}$$

$$C \cup A = \{1,2,3,4,5,7,8\}$$

$$A \cap B = \{2\}$$

$$B \cap C = \{2,4,8\}$$

$$C \cap A = \{2\}.$$

69. Zadani su skupovi:

$$A = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ djeljiv s } 3 \text{ i } x < 32\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ djeljiv s } 5 \text{ i } x \leq 40\}.$$

Odredite:

(a) $A \cup B$

(b) $A \cap B$

(c) $B \setminus A$

(d) $A \setminus B.$

70. Odredite uniju i presjek skupova:

$$A = \{x \in \mathbb{R} : 1 < x < 3\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} : 2 \leq x \leq 4\}.$$

71. Nađite presjek skupova $A = \{x \in \mathbb{R} : x > 2\}$ i $B = \{x \in \mathbb{R} : x > 3\}.$

72. Dokažite da vrijedi $B \setminus A^c = B \cap A$ direktnim dokazom i pomoću Vennovih dijagrama.

3

Prirodni brojevi

3.1 Prirodni brojevi – zbrajanje i oduzimanje

73. Imaju li isti kardinalni broj skupovi:

(a) $\{1,2,3\}$ i $\{a,b,c\}$

(b) \emptyset i $\{\emptyset\}$

(c) $\{2,3\}$ i $\{\{2,3\}\}$?

74. Kakvi moraju biti konačni skupovi A i B da bi za njih vrijedila jednakost

$$k(A \cup B) = kA + kB?$$

75. Pomoću modela brojevnoga pravca prikažite jednakosti:

$$2 + 5 = 5 + 2$$

$$6 + 1 = 1 + 6$$

$$4 + 3 = 3 + 4.$$

Koristeći ove primjere, svojim riječima objasnite zašto vrijedi komutativnost zbrajanja.

76. Pomoću skupovnoga modela prikažite jednakosti:

$$2 + 3 = 3 + 2$$

$$4 + 2 = 2 + 4$$

$$5 + 3 = 3 + 5.$$

Usporedite prikaze. Što se mijenja kako mijenjate brojeve? Što ostaje isto, neovisno o brojevima u pitanju? Razjašnjavaju li bolje ovi novi primjeri zašto vrijedi komutativnost? Obrazložite riječima.

3. PRIRODNI BROJEVI

77. Kako u pojedinim modelima možete prikazati i interpretirati broj 0? Pomoću skupovnog modela objasnite zašto je 0 neutralni element za zbrajanje.
78. Pomoću modela brojevnoga pravca objasnite zašto je 0 neutralan element za zbrajanje.
79. Kako biste, koristeći sljedeću sliku, objasnili da je $3 + 7 = 10$.

ooo|oooooooo

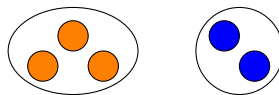
80. Kako biste, koristeći sliku iz 79. zadatka, objasnili da je $10 - 7 = 3$.
81. Kako biste, koristeći sliku iz 79. zadatka, objasnili da je $10 - 3 = 7$.
82. Što uočavate u zadacima 79 – 81? Što vam to govori o vezi takvih izraza? Možete li dati još neki primjer?
83. Kako biste, koristeći sljedeću sliku, objasnili da je $4 + 5 = 9$.



84. Slično kao u zadacima 80 – 82, samo za jednakost i sliku iz 83. zadatka.
85. Kako biste, koristeći sljedeću sliku, objasnili da je $2 + 5 = 7$.



86. Slično kao u zadacima 80 – 82, samo za jednakost i sliku iz 85. zadatka.
87. Kako biste, koristeći sljedeću sliku, objasnili da je $2 + 3 = 5$.



88. Slično kao u zadacima 80 – 82, samo za jednakost i sliku iz 87. zadatka.
89. Možete li na sličan način, tako da na dva načina interpretirate istu sliku, objasniti komutativnost zbrajanja?
90. Pomoću modela brojevnoga pravca obrazložite vezu zbrajanja i oduzimanja.

91. Prisjetite se kada koristite vezu zbrajanja i oduzimanja.

92. Pomoću skupovnog modela prikažite jednakosti:

$$4 + (2 + 3) = (4 + 2) + 3$$

$$5 + (4 + 2) = (5 + 4) + 2$$

$$5 + (6 + 3) = (5 + 6) + 3.$$

Koristeći ove primjere, svojim riječima objasnite zašto vrijedi asocijativnost zbrajanja.

93. Pomoću modela brojevnog pravca prikažite jednakosti:

$$4 + (2 + 3) = (4 + 2) + 3$$

$$5 + (4 + 2) = (5 + 4) + 2$$

$$5 + (6 + 3) = (5 + 6) + 3.$$

Koristeći ove primjere, svojim riječima objasnite zašto vrijedi asocijativnost zbrajanja.

94. Kako biste definirali kada kažemo da je jedan broj manji od drugog, tj. da je $a < b$? Jeste li se pritom koristili nekim od modela? Kako biste relaciju “manji od” definirali pomoću drugih modela? Biste li mogli to definirati i bez modela, samo pomoću simbola?

95. Oduzimanje također zadovoljava i sljedeća svojstva:

$$a - 0 = a$$

$$a - a = 0.$$

Za nekoliko primjera prikažite ta svojstva. Kako biste objasnili zašto ona vrijede? Jesu li ta svojstva povezana s nekim od svojstava zbrajanja? Objasnite.

96. Vrijedi li svojstvo komutativnosti za oduzimanje? Objasnite.

97. Vrijedi li svojstvo asocijativnosti za oduzimanje? Objasnite. Čemu je jednako $7 - (2 - 1)$, a čemu $(7 - 2) - 1$?

98. Rastavite broj 4 na pribrojnice. Na koliko načina to možete učiniti? Na koliko načina možete rastaviti brojeve 5, 6, 10 na pribrojnice? Uočavate li neku pravilnost?

3. PRIRODNI BROJEVI

99. Izračunajte $7 + 8$ koristeći prikladan rastav na pribrojnike. Koje svojstvo tu koristimo?
100. Na koliko načina možemo rastaviti 4 kao zbroj dva ili više pribrojnika?
101. Svojstvo *stalnosti razlike* kaže da ako umanjnik i umanjitelj uvećamo ili umanjimo za isti broj, tada će razlika ostati ista. Kako možemo simbolima zapisati ovo svojstvo? Provjerite ga na nekim primjerima te prikažite koristeći neki od modela. Možete li, koristeći se tim prikazom, obrazložiti zašto vrijedi stalnost razlike?
102. Izračunajte $33 - 17$. Jeste li pritom koristili stalnost razlike? Ako niste, pokušajte naći metodu kako da to izračunate pomoću svojstva stalnosti razlike.
103. Što možete reći o izrazima:

$$\begin{array}{lll} (a - b) - c, & (a + b) - c, & (a - b) + c, \\ a - (b - c), & a + (b - c), & a - (b + c)? \end{array}$$

Jesu li neki među njima jednaki? Ako jesu, tada na nekoliko primjera prikažite jednakosti tih izraza. Možete li objasniti zašto vrijede jednakosti?

3.2 Prirodni brojevi – množenje i dijeljenje, potenciranje i korjenovanje

104. Izračunajte vrijednosti brojevnih izraza:
- (a) $4 \cdot 5 + 2^3 \cdot 7 - 10$
 - (b) $3 \cdot \sqrt[3]{64} : 3 - 2 + 4 \cdot 3^3$
 - (c) $4 \cdot [(7 - 2) \cdot 3 + 2] + 5$
 - (d) $3^2 - 1 + \{7 \cdot [(3 + 5) \cdot 5 - 2 \cdot 3] - 4\} \cdot 2$.
105. U izrazu $5 \cdot 8 + 12 : 4 - 2$ postavite zagrade, tako da vrijednost novoga izraza bude:
- (a) 41
 - (b) 11
 - (c) 70.

106. Izračunajte na najjednostavniji način (bez pomoći računala!):

(a) $131 \cdot 12 - 12 \cdot 71 + (14 + 6 \cdot 3) \cdot 60$

(b) $697 \cdot 139 - 137 \cdot 697 + 24 \cdot 29 + 1.$

107. Izračunajte najkraćim postupkom:

$$\frac{244 \cdot 395 - 151}{244 + 395 \cdot 243}.$$

108. Izračunajte na najbrži način:

$$(997 \cdot 723 - 998 \cdot 721 + 725) : 999 - 1.$$

109. Izračunajte:

$$1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9 + 10 - 11 - 12 + \dots + 993 + 994 - 995 - 996 + \\ + 997 + 998 - 999 - 1000 + 1001.$$

110. Znamenke broja 33333 međusobno povežite osnovnim računskim operacijama, tako da se dobije broj 100.

111. Poredajte po veličini brojeve:

$$2^{100}, \quad 3^{75}, \quad 5^{50}.$$

112. Poredajte po veličini brojeve:

$$2^{36}, \quad 3^{24}, \quad 7^{12}.$$

113. (a) Prikažite svojstvo komutativnosti množenja pomoću jednog od tri modela množenja. Npr. prikažite

$$4 \cdot 5 = 5 \cdot 4.$$

(b) Kako biste riječima obrazložili zašto vrijedi komutativnost?

(c) Je li iz vašeg obrazloženja jasno da će dva izraza biti jednaka ako i promijenimo brojeve? Ako nije, prikažite množenje u drugom modelu; možda je pomoću drugog prikaza lakše objasniti zašto vrijedi komutativnost množenja.

3. PRIRODNI BROJEVI

114. Možete li komutativnost množenja obrazložiti tako da isti prikaz interpretirate na dva različita načina? Pokušajte na primjeru relacije $4 \cdot 3 = 3 \cdot 4$.

115. (a) Prikažite svojstvo distributivnosti množenja prema zbrajanju pomoću jednog od tri modela množenja. Npr. prikažite

$$3 \cdot (2 + 4) = 3 \cdot 2 + 3 \cdot 4.$$

(b) Kako biste riječima obrazložili zašto vrijedi distributivnost množenja prema zbrajanju?

(c) Je li iz vašeg obrazloženja jasno da će jednakost vrijediti i ako promijenimo brojeve?

116. Prikažite

$$0 \cdot a = 0$$

$$a \cdot 0 = 0$$

pomoću jednog od modela množenja. Kako biste riječima, koristeći se prikazom, objasnili zašto vrijedi ta relacija? Kako biste to prikazali u ostalim modelima?

117. Prikažite

$$1 \cdot a = a \cdot 1 = a$$

pomoću jednog od modela množenja. Kako biste riječima, koristeći se prikazom, objasnili zašto vrijedi ta relacija? Kako biste prikazali to u ostalim modelima?

118. Vrijedi li distributivnost množenja prema oduzimanju? Pokušajte prikazati pomoću jednog od modela da je

$$3 \cdot (7 - 2) = 3 \cdot 7 - 3 \cdot 2.$$

Pokušajte riječima obrazložiti zašto vrijedi distributivnost množenja prema oduzimanju. Je li iz vašeg obrazloženja jasno da će jednakost vrijediti i ako promijenimo brojeve u izrazima?

119. Prikažite pomoću površinskoga modela

$$(a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2.$$

Obrazložite riječima.

120. Prikažite pomoću površinskoga modela

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd.$$

Objasnite riječima.

121. (a) Pomoću površinskoga modela prikažite relaciju $5 \cdot 4 = 20$. Kako biste riječima to obrazložili?
- (b) Pomoću površinskoga modela prikažite relaciju $20 : 5 = 4$. Kako biste riječima to obrazložili?
- (c) Usporedite prethodna dva prikaza. Što možete iz toga zaključiti o vezi množenja i dijeljenja?

122. Pomoću modela brojevnoga pravca obrazložite vezu množenja i dijeljenja.

$$a \cdot b = c \Leftrightarrow c : a = b \Leftrightarrow c : b = a, \quad \forall a, b, c \in \mathbb{N}.$$

123. Kako biste pomoću modela brojevnoga pravca obrazložili zašto dijeljenje s 0 nije definirano? Vrijedi li vaše obrazloženje i za slučaj $0 : 0$?

124. Kako biste pomoću skupovnog modela obrazložili zašto $a : 0$, za $a \in \mathbb{N}$, nije definirano? Možete li tako obrazložiti i zašto $0 : 0$ nije definirano?

125. Vrijedi li svojstvo komutativnosti za dijeljenje? Objasnite.

126. Vrijedi li svojstvo asocijativnosti za dijeljenje? Objasnite.

127. Smislite dva zadatka riječima, jedan s partitivnim problemom dijeljenja, a drugi s mjernim problemom dijeljenja.

128. Pokušajte smisliti dva zadatka riječima koja se mogu interpretirati kao dijeljenje s 0. Neka jedan bude s partitivnim problemom dijeljenja, a drugi s mjernim problemom dijeljenja.

129. Prikažite

$$a : 1 = a$$

$$a : a = 1$$

pomoću jednog od modela množenja. Kako biste riječima, koristeći se prikazom, objasnili zašto vrijedi ta relacija? Kako biste to prikazali u ostalim modelima?

130. Pomoću jednog od modela prikažite relaciju

$$(a + b) : c = a : c + b : c$$

ako su a i b djeljivi s c . Obrazložite svojim riječima.

131. Vrijedi li i relacija

$$a : (b + c) = a : b + a : c,$$

ako je a djeljivo s b i c ? Obrazložite.

3.3 Brojevni sustavi

132. Umjesto zvjezdica upišite odgovarajuće znamenke:

$$\begin{array}{r} * 0 * * \\ - 2 * 0 5 \\ \hline 4 1 2 3 \end{array}$$

133. Umjesto zvjezdica upišite odgovarajuće znamenke:

$$\begin{array}{r} * 2 8 \cdot * * \\ * * 1 2 \\ + 3 6 * 0 \\ \hline * * * * * \end{array}$$

134. Umjesto zvjezdica upišite odgovarajuće znamenke:

$$\begin{array}{r} * * 8 5 \cdot * * \\ 5 5 * 0 \\ + 4 * * 5 \\ \hline * * * * * \end{array}$$

135. Nađite znamenke reprezentirane različitim slovima:

$$\begin{array}{r} A B C \\ A B C \\ + A B C \\ \hline B B B \end{array}$$

136. Zamijenite slova znamenkama tako da se različita slova zamijene različitim znamenkama, a jednaka slova jednakim znamenkama:

$$\text{ANTE} \cdot 4 = \text{ETNA}$$

137. Prevedite u sustav s bazom 10 sljedeće brojeve:

(a) $(11011011010)_2$

(b) $(42301)_5$

(c) $(7012)_8$.

138. Nađite zapis broja

(a) 307 u sustavu s bazom 3

(b) 1990 u binarnom sustavu.

139. Nađite zapise sljedećih brojeva u sustavima s bazama 5, 8, 12:

(a) 55, (b) 182, (c) 5158, (d) 10202.

140. Prevedite iz jednog pozicijskoga sustava u drugi:

(a) $(1010101)_2 = (?)_{10}$

(b) $(237)_8 = (?)_{10}$

(c) $(1420)_5 = (?)_{10}$.

141. Prevedite iz jednog pozicijskog sustava u drugi:

(a) $(117)_{10} = (?)_2$

(b) $(7125)_{10} = (?)_8$.

142. Broj

(a) $(5304)_6$ prevedite u sustav s bazom 7

(b) $(2061)_7$ prevedite u sustav s bazom 5

(c) $(120112)_3$ prevedite u sustav s bazom 4.

143. Provjerite istinitost jednakosti $(72)_8 = (2011)_3$.

144. Odredite prirodni broj x iz jednadžbe $(130)_{10} = (2002)_x$.

145. Izračunajte računajući s binarnim znamenkama:

$$110101 \cdot 10101 - 101101.$$

Rezultat provjerite u dekadskom sustavu.

146. Izračunajte u binarnom sustavu:

3. PRIRODNI BROJEVI

- (a) $1101101101 + 11011001$
- (b) $101001010 - 1111$
- (c) $1101 \cdot 1101$
- (d) $1011 \cdot 110111$.

Rezultat provjerite računajući u dekadskom sustavu.

- 147.** (a) Pretvorite brojeve $(13043)_6$, $(3420)_6$ i $(41)_6$ u dekadski brojevni sustav.
(b) Provjerite jeste li dobro pretvorili brojeve tako da rezultate pretvorite natrag u sustav s bazom 6.
- 148.** (a) Kako izgleda tablica zbrajanja u sustavu s bazom 6?
(b) Pomoću tablice zbrajanja zbrojite $(13043)_6$ i $(3420)_6$.
(c) Provjerite rezultat pretvaranjem u dekadski brojevni sustav.
- 149.** (a) Kako izgleda tablica množenja u sustavu s bazom 6?
(b) Pomoću tablica množenja i zbrajanja, pisano pomnožite $(13043)_6$ i $(41)_6$.
(c) Provjerite rezultat pretvaranjem u dekadski brojevni sustav.
- 150.** (a) Pomoću tablice zbrajanja oduzmite $(13043)_6 - (3420)_6$.
(b) Provjerite rezultat pretvaranjem u dekadski brojevni sustav.
- 151.** (a) Pomoću tablica množenja i zbrajanja pisano podijelite $(13043)_6$ i $(4)_6$.
(b) Provjerite rezultat pretvaranjem u dekadski brojevni sustav.
- 152.** (a) Pretvorite brojeve $(2201000)_3$, $(1002210)_3$ i $(221)_3$ u dekadski brojevni sustav.
(b) Provjerite jeste li dobro pretvorili brojeve tako da rezultate pretvorite natrag u sustav s bazom 3.
- 153.** (a) Kako izgleda tablica zbrajanja u sustavu s bazom 3?
(b) Pomoću tablice zbrajanja zbrojite $(2201000)_3$ i $(1002210)_3$.
(c) Provjerite rezultat pretvaranjem u dekadski brojevni sustav.
- 154.** (a) Kako izgleda tablica množenja u sustavu s bazom 3?

- (b) Pomoću tablica množenja i zbrajanja pisano pomnožite brojeve $(2201000)_3$ i $(221)_3$.
- (c) Provjerite rezultat pretvaranjem u dekadski brojevni sustav.
- 155.** (a) Pomoću tablice zbrajanja oduzmite $(2201000)_3 - (1002210)_3$.
- (b) Provjerite rezultat pretvaranjem u dekadski brojevni sustav.
- 156.** (a) Pomoću tablica množenja i zbrajanja pisano podijelite $(1002210)_3$ i $(2)_3$.
- (b) Provjerite rezultat pretvaranjem u dekadski brojevni sustav.
- 157.** (a) Pretvorite brojeve $(5514)_7$, $(2226)_7$ i $(34)_7$ u dekadski brojevni sustav.
- (b) Provjerite jeste li dobro pretvorili brojeve tako da rezultate pretvorite natrag u sustav s bazom 7.
- 158.** (a) Kako izgleda tablica zbrajanja u sustavu s bazom 7?
- (b) Pomoću tablice zbrajanja zbrojite $(5514)_7$ i $(2226)_7$.
- (c) Provjerite rezultat pretvaranjem u dekadski brojevni sustav.
- 159.** (a) Kako izgleda tablica množenja u sustavu s bazom 7?
- (b) Pomoću tablica množenja i zbrajanja pisano pomnožite $(5514)_7$ i $(34)_7$.
- (c) Provjerite rezultat pretvaranjem u dekadski brojevni sustav.
- 160.** (a) Pomoću tablice zbrajanja oduzmite $(5514)_7 - (2226)_7$.
- (b) Provjerite rezultat pretvaranjem u dekadski brojevni sustav.
- 161.** (a) Pomoću tablica množenja i zbrajanja pisano podijelite $(5514)_7$ i $(4)_7$.
- (b) Provjerite rezultat pretvaranjem u dekadski brojevni sustav.
- 162.** (a) Pretvorite brojeve $(5514)_8$, $(2226)_8$ i $(34)_8$ u dekadski brojevni sustav.
- (b) Provjerite jeste li dobro pretvorili brojeve tako da rezultate pretvorite natrag u sustav s bazom 8.
- 163.** (a) Kako izgleda tablica zbrajanja u sustavu s bazom 8?
- (b) Pomoću tablice zbrajanja zbrojite $(5514)_8$ i $(2226)_8$.

3. PRIRODNI BROJEVI

- (c) Provjerite rezultat pretvaranjem u dekadski brojevni sustav.
- 164.** (a) Kako izgleda tablica množenja u sustavu s bazom 8?
(b) Pomoću tablica množenja i zbrajanja pisano pomnožite $(5514)_8$ i $(34)_8$.
(c) Provjerite rezultat pretvaranjem u dekadski brojevni sustav.
- 165.** (a) Pomoću tablice zbrajanja oduzmite $(5514)_8 - (2226)_8$.
(b) Provjerite rezultat pretvaranjem u dekadski brojevni sustav.
- 166.** (a) Pomoću tablica množenja i zbrajanja pisano podijelite $(5514)_8$ i $(4)_8$.
(b) Provjerite rezultat pretvaranjem u dekadski brojevni sustav.
- 167.** (a) Pretvorite brojeve $(132303)_4$, $(30210)_4$ i $(121)_4$ u dekadski brojevni sustav.
(b) Provjerite jeste li dobro pretvorili brojeve tako da rezultate pretvorite natrag u sustav s bazom 4.
- 168.** (a) Kako izgleda tablica zbrajanja u sustavu s bazom 4?
(b) Pomoću tablice zbrajanja zbrojite $(132303)_4$ i $(30210)_4$.
(c) Provjerite rezultat pretvaranjem u dekadski brojevni sustav.
- 169.** (a) Kako izgleda tablica množenja u sustavu s bazom 4?
(b) Pomoću tablica množenja i zbrajanja pisano pomnožite $(132303)_4$ i $(121)_4$.
(c) Provjerite rezultat pretvaranjem u dekadski brojevni sustav.
- 170.** (a) Pomoću tablice zbrajanja oduzmite $(132303)_4 - (30210)_4$.
(b) Provjerite rezultat pretvaranjem u dekadski brojevni sustav.
- 171.** (a) Pomoću tablica množenja i zbrajanja pisano podijelite $(132303)_4$ i $(3)_4$.
(b) Provjerite rezultat pretvaranjem u dekadski brojevni sustav.
- 172.** Ako zamijenimo mjesta znamenaka dvoznamenkastom broju, dobit ćemo broj za 27 veći od početnoga broja. Koji smo početni broj odabrali?

173. Izrežite kartice blokova za brojevni sustav s bazom 5. Ako hoćete, možete prije no što izrežete kartice, papir nalijepiti na karton. Pomoću kartica simulirajte postupke zbrajanja, oduzimanja, množenja i dijeljenja koje smo provodili na predavanjima. Zapišite svoja zapažanja, otkrića,...

Pokušajte koristiti kartice i pri pretvaranju brojeva iz dekadskog sustava u sustav s bazom 5 i obratno. Pomažu li vam kartice u tom slučaju ili ne?

3. PRIRODNI BROJEVI

3.4 Djeljivost i dijeljenje s ostatkom

174. Kivi košta 3 kn po komadu, a kaki jabuke 6 kn. Prodavaču sam dao 500 kn, i dobio ostatak od 412 kn. Kako sam znao da je prodavač pogriješio?
175. Nađite najmanji prirodan broj sastavljen od parnih znamenki koji je djeljiv s 9. Kako ste našli taj broj? Kako znate da je najmanji mogući?
176. Za bilo koji prirodan broj k broj $n = 3k^2 + 3k$ djeljiv je sa 6. Provjerite tvrdnju za prvih nekoliko brojeva. Možete li objasniti zašto je tako?
177. Napisani su redom brojevi

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10.

Možete li umetnuti znakove operacija $+$ ili $-$ tako da rezultat bude 0? Što ako zamijenite mjesta brojevima, hoćete li tada moći?

178. Od uređenih parova (x, y) , neki ne zadovoljavaju jednakost

$$187x - 104y = 41.$$

Parovi su: $(107, 192)$, $(211, 379)$, $(314, 565)$, $(419, 753)$, $(522, 940)$. Koji ne zadovoljavaju jednakost? Možete li za neke zaključiti da ne zadovoljavaju bez uvrštavanja brojeva?

179. Je li 0 paran ili neparan broj ili ni jedno ni drugo? Objasnite zašto?
180. Postoje li prirodni brojevi a, b za koje je

$$ab(a - b) = 105?$$

Ako vam se čini da ne postoje, možete li argumentirati zašto možemo biti sigurni da je tako? Što bi bilo da je na desnoj strani 703345 umjesto 105?

181. Koliko brojeva manjih od 1000 je djeljivo s 5 ili 7? Objasnite kako ste našli njihov broj?
182. Nađite najmanji broj sastavljen samo od znamenki 1 i 2 koji je djeljiv s 9.
183. Možemo li odabrati znamenku b tako da zbroj brojeva $(412)_{10}$ i $(3b2)_{10}$ bude djeljiv s 9?

3. PRIRODNI BROJEVI

184. Možemo li odabrati znamenke a i b tako da broj $(4324a5b4)_{10}$ bude djeljiv s 4 i 9 istovremeno?
185. Nađite sve troznamenkaste brojeve kojima je druga znamenka 7, djeljivi su sa 6, a pri dijeljenju s 5 daju ostatak 2.
186. Nađite najveći prirodni broj koji pri dijeljenju s 13 daje kvocijent 17.
187. Nađite najmanji troznamenkasti prirodni broj koji dijeljenjem s 5 ili sa 6 ili sa 7 uvijek daje kao ostatak broj 1.
188. Ako troznamenkastom broju izmiješamo znamenke te potom od manjeg oduzmemo veći, tada će rezultat biti djeljiv s 9. Provjerite na nekoliko primjera. Možete li objasniti zašto to vrijedi?
189. Zbroj dva uzastopna broja uvijek je neparan. Provjerite na nekoliko primjera. Možete li objasniti zašto je tako? Što je sa zbrojem tri uzastopna broja? Četiri? Pet? Šest? Pokušajte formulirati opće pravilo.
190. Dokažite da je razlika kvadrata dvaju neparnih cijelih brojeva djeljiva s 8, tj. pokažite da je za bilo koji prirodan broj k broj $n = (2k + 1)^2 - (2k - 1)^2$ djeljiv s 8. Što bi bilo da smo umjesto dva uzastopna uzeli bilo koja dva neparna broja?
191. Kvadrat produkta bilo koja 3 uzastopna prirodna broja djeljiv je s 12. Provjerite na nekoliko primjera. Možete li objasniti zašto je tako?
192. Koja god tri uzastopna broja odaberemo, jedan od njih bit će djeljiv s 3. Provjerite na nekoliko primjera. Možete li naći primjer kada to ne vrijedi? Pokušajte objasniti zašto.
193. Kvadrat bilo kojeg prirodnoga broja pri dijeljenju s 4 uvijek daje ostatak 0 ili 1. Provjerite na nekoliko primjera. Objasnite zašto je tako.
194. Za svaki prirodan broj n je broj $n^3 - n$ djeljiv sa 6. Provjerite na nekoliko primjera. Možete li objasniti zašto je tako?
195. Dokažite da je za svaki cijeli broj n izraz $n^3 + 11n$ djeljiv sa 6.
196. Kvadrat bilo kojeg prirodnoga broja pri dijeljenju s 3 uvijek daje ostatak 0 ili 1. Provjerite na nekoliko primjera. Objasnite zašto je tako.

- 197.** Produkt dva uzastopna broja uvijek je paran. Provjerite na nekoliko primjera. Možete li objasniti zašto je tako? Što možete reći o produktu tri uzastopna broja? S kojim je on sve brojevima djeljiv? A što je s četiri uzastopna broja? Pet? Šest? Pokušajte formulirati opće pravilo.
- 198.** Dokažite da je zbroj dvaju uzastopnih neparnih cijelih brojeva djeljiv s 4.
- 199.** Dokažite: zbroj kvadrata dvaju uzastopnih cijelih brojeva umanjen za 1 djeljiv je s 4.
- 200.** Dokažite: ako je cijeli broj a djeljiv s $m \in \mathbb{Z}$ i cijeli broj b djeljiv s $n \in \mathbb{Z}$, onda je i umnožak $a \cdot b$ djeljiv s umnoškom $m \cdot n$.
- 201.** Dokažite: ako je cijeli broj a djeljiv s m , onda je broj a^n djeljiv s m^n , za svaki $n \in \mathbb{N}$.

3.5 Prosti brojevi

- 202.** Rastavite na proste faktore brojeve 111, 297, 255, 18144, 49725.
- 203.** Rastavite na proste faktore brojeve:
- (a) 480
 - (b) 600
 - (c) 1224
 - (d) 4563
 - (e) 211.
- 204.** Rastavite na proste faktore brojeve:
- (a) 4642
 - (b) 5760.
- 205.** Kojim su od brojeva 2, 4, 8, 5, 25, 125, 3 i 9 djeljivi brojevi:
- (a) 750
 - (b) 1332
 - (c) 4523?

206. Provjerite je li

$$18 \cdot 65 = 26 \cdot 45.$$

Jeste li mogli provjeriti bez množenja?

207. Nađite prirodne brojeve a i b takve da

(a) $(a - 4)(b + 2) = 11$

(b) $(a - 4)(b + a) = 11$

(c) $a^2 - b^2 = 11$

(d) $(a + b)(a - 2) = 10.$

208. Koliko broj 1170 ima djelitelja?

209. Pomoću Eratostenova sita odredite sve proste brojeve između 20 i 40.

210. Broj $p = 3$ jedini je prost broj za koji je i $8p^2 + 1$ također prost. Provjerite na nekoliko primjera da za ostale proste brojeve p , broj $8p^2 + 1$ nije prost. Možete li objasniti zašto je tako?

211. (a) Izračunajte vrijednost izraza $m = n^2 + n + 41$ za $n = 1, 2, 3, 4, 5$.
(b) Što možete reći o vrijednostima koje ste dobili?
(c) Jeste li provjerili jesu li dobiveni brojevi prosti? Na koji način?
(d) Što mislite hoće li izraz davati prost broj i za druge vrijednosti varijable n ?
(e) Što ćete dobiti za $n = 41$? Kako znate da za $n = 41$ izraz neće dati prost broj?

3.6 Najveća zajednička mjera. Euklidov algoritam

212. Nađite najveću zajedničku mjeru brojeva pomoću rastava na faktore:

(a) $M(24,18)$

(b) $M(24,45)$

(c) $M(72,167)$

(d) $M(20,35)$

(e) $M(420,195)$

- (f) $M(234,342)$
 - (g) $M(3094,19950)$
 - (h) $M(4562,2460)$
 - (i) $M(6156,7255)$
 - (j) $M(16807,14406)$.
- 213.** Nađite najveću zajedničku mjeru brojeva iz 212. zadatka pomoću Euklidova algoritma.
- 214.** Odredite najveću zajedničku mjeru brojeva:
(a) 825 i 300, (b) 38250 i 825.
- 215.** Pomoću Euklidova algoritma odredite:
- (a) $M(15283, 10013)$
 - (b) $M(1990, 1028)$
 - (c) $M(55555555,5555)$
 - (d) $M(777777777,777777)$.
- 216.** Pomoću Euklidova algoritma odredite najveću zajedničku mjeru brojeva 324 i 135.
- 217.** Nađite najveću zajedničku mjeru i najmanji zajednički višekratnik brojeva 1755 i 2730.
- 218.** Pomoću Euklidova algoritma odredite najveću zajedničku mjeru brojeva 3133 i 4125.
- 219.** Pomoću Euklidova algoritma odredite najveću zajedničku mjeru brojeva 1228 i 3344.
- 220.** Izračunajte najveću zajedničku mjeru i najmanji zajednički višekratnik brojeva:
 $4620, 6930$ i 11550 .
- 221.** Nađite najveću zajedničku mjeru i najmanji zajednički višekratnik brojeva 462, 616 i 770.
- 222.** Nađite najveću zajedničku mjeru i najmanji zajednički višekratnik brojeva 110, 156 i 255.
- 223.** Pomoću Euklidova algoritma pokažite da su brojevi 1870 i 5187 relativno prosti.

- 224.** Odredite najmanji zajednički višekratnik brojeva iz 212. zadatka.
- 225.** Pomoću Euklidova algoritma napišite najveću zajedničku mjeru brojeva iz 212. zadatka u obliku

$$M(a,b) = ka + lb.$$

- 226.** Za brojeve $a, b \in \mathbb{N}$, neka je $d = M(a,b)$. Neka je e još jedan zajednički djelitelj brojeva a i b . Što možeš reći o odnosu brojeva d i e ? Ilustriraj to s nekoliko primjera.

3.7 Diofantske jednačbe

- 227.** Riješite diofantske jednačbe:

- (a) $8x + 6y = 0$
- (b) $12x - 18y = 24$
- (c) $17x + 3y = 11$
- (d) $2x - 5y = 0$
- (e) $14x + 6y = 147$
- (f) $3x - 8y = 1$
- (g) $9x + 6y = 0$
- (h) $3x - 7y = 0$
- (i) $21x + 15y = 7$
- (j) $4x - 10y = 6$
- (k) $7x + 3y = 1$.

- 228.** Prema zbirci priča “Tisuću i jedna noć” Šeherezada je kalifu noćima pričala zanimljive priče i tako odgađala smaknuće dok nakon 1001 noći nije stekla kalifovu naklonost. S tom idejom napravljena je serija. Ako se u jednoj epizodi ispriča 7 ili 5 priča, koliko maksimalno i minimalno serija ima epizoda?
- 229.** Zbroj dvaju razlomaka s jednoznačnim nazivnicima je $\frac{128}{35}$. Odredite parove razlomaka.
- 230.** Milan je za 62 kn kupio čokolade i bombone za svoje nećake. Bomboni koštaju 5 kn, a čokolade 8 kn. Ako je svaki nećak dobio po jedan slatkiš, koliko Milan ima nećaka?

- 231.** Na tržnici sam kupio jabuka i krušaka za 96 kn. Kilogram jabuka košta 7 kn, a kilogram krušaka 8 kn. Koliko sam kupio krušaka?
- 232.** Mljekar prodaje kozji sir za 122 kn po komadu, a kravljji za 112 kn po komadu. Ako je ukupno zaradio 3418 kn, koliko je prodao kozjih, a koliko kravljjih sireva?
- 233.** Prodavač je za svoj dućan nabavio naranči i jabuka u ukupnoj vrijednosti od 839 kn. Ako jabuke koštaju 18, a naranče 25 kn po kilogramu, koliko je pojedine vrste voća nabavio?
- 234.** Pomoću dviju bačvi, jedne od 111, a druge od 83 litara, treba pretočiti 4626 litara vina iz jednog spremnika u drugi. Ako u svakom pretakanju bačve punite do vrha, te ih cijele praznite u drugi spremnik, bez prolijevanja, koliko ćete puta pretočiti vino pomoću male, a koliko pomoću velike bačve?
- 235.** Električni kabel dužine 3085 m treba razrezati na kablove duljine 111 i 169 m. Koliko kablova pojedine duljine trebate odrezati tako da cijeli kabel iskoristite?

3.8 Modularna aritmetika (kongruencije)

- 236.** Bez kalendara odredite na koji dan u tjednu pada vaš idući rođendan?
- 237.** Koje su od navedenih relacija kongruencije točne:
- (a) $7 \equiv 2 \pmod{5}$
 - (b) $7 \equiv 17 \pmod{4}$
 - (c) $3 \equiv 2 \pmod{8}$
 - (d) $2 \equiv 17 \pmod{3}$
 - (e) $9 \equiv 0 \pmod{3}$.
- 238.** Odredite ostatak pri dijeljenju broja 8^{35} s 3?
- 239.** Koja je zadnja znamenka broja 7^{9999} ?
- 240.** Je li
- $$232^{554} + 554^{232} + 5$$
- djeljivo sa 7?
- 241.** Odredite ostatak pri dijeljenju broja

3. PRIRODNI BROJEVI

- (a) 7^{30} s 9
 - (b) 5^{32} sa 6
 - (c) 4^{35} sa 7
 - (d) 3^{61} s 5
 - (e) $7^{30} + 4^{35}$ s 3
 - (f) $5^{32} - 3^{31}$ s 4
 - (g) $(7^{30} + 4^{35})5^{32} - 3^{31}$ s 4.
- 242.** Odredite ostatak pri dijeljenju broja
- (a) $5213 \cdot 9^{23} + 213456$ brojem 5
 - (b) $2135 \cdot 11^{23} + 134562$ brojem 6
 - (c) $5213 \cdot 11^{23} + 345621$ brojem 4
 - (d) $5213 \cdot 11^{53} + 456213$ brojem 8.
- 243.** Koje ostatke kvadrati prirodnih brojeva mogu imati pri dijeljenju s 3?
A pri dijeljenju s 4?
- 244.** Koji troznamenkasti broj kad ga pomnožite s 5 pa umnošku dodate 81, daje broj djeljiv sa 6?
- 245.** Vidjeli smo da je $2 \cdot 3 \equiv 0 \pmod{6}$, iako ni $2 \not\equiv 0 \pmod{6}$, ni $3 \not\equiv 0 \pmod{6}$. Možete li naći sličan primjer za kongruenciju modulo 5? Preciznije, možete li naći brojeve $a, b \in \mathbb{N}$ takve da $a \not\equiv 0 \pmod{5}$, ni $b \not\equiv 0 \pmod{5}$, a da je $a \cdot b \equiv 0 \pmod{5}$? Objasnite.
- 246.** Za bilo koji prirodan broj n je broj $n^5 - n$ djeljiv s 10. Provjerite na nekoliko primjera. Možete li obrazložiti zašto je $n^5 - n$ uvijek djeljiv s 2? A zašto je djeljiv s 5?
- 247.** Nađite broj koji kad ga pomnožite sa 7 i umnošku dodate 31, dobit ćete broj djeljiv s 8.
- 248.** Nađite troznamenkasti broj koji kad ga pomnožite s 27 i umnošku dodate 4127, dobit ćete broj djeljiv s 8.
- 249.** Nađite troznamenkasti broj koji kad ga pomnožite s 23 i umnošku dodate 2314, dobit ćete broj djeljiv sa 7.
- 250.** Nađite jedan četveroznamenkasti i jedan troznamenkasti broj koji pri dijeljenju s 97 daju isti ostatak (različit od 0).

- 251.** Nađite dva šesteroznamenkasta broja čija je razlika djeljiva s 43. Opišite postupak kako ste ih našli.
- 252.** Nađite brojeve $a, b \in \mathbb{N}$ takve da je $a, b \geq 1000$ i da je $a + 5^{33} - b$ djeljivo brojem 6.

3.9 Princip matematičke indukcije

- 253.** Dokažite matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

- 254.** Dokažite matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

- 255.** Dokažite matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

- 256.** Dokažite matematičkom indukcijom da je

$$1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1$$

za svaki prirodni broj n .

- 257.** Dokažite matematičkom indukcijom da je $5^{n-1} + 2^n$ djeljivo s 3 za svaki prirodni broj n .
- 258.** Dokažite matematičkom indukcijom da je zbroj kubova triju uzastopnih prirodnih brojeva djeljiv s 9.
- 259.** Dokažite matematičkom indukcijom da je $2^n > n$ za svaki prirodni broj n .
- 260.** Dokažite matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi:

$$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + n \cdot n! = (n+1)! - 1.$$

(Za prirodni broj n je $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.)

3. PRIRODNI BROJEVI

261. Dokažite matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj $n \geq 2$ vrijedi:

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + (n-1) \cdot n = \frac{(n-1)n(n+1)}{3}.$$

262. Dokažite matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}.$$

263. Dokažite matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi

$$2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 + \dots + (2n)^2 = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}.$$

264. Dokažite matematičkom indukcijom da je

$$3^n > 2n + 1$$

za svaki prirodni broj $n \geq 2$.

265. Dokažite matematičkom indukcijom da je

$$4^n > 3n + 1$$

za svaki prirodni broj $n \geq 2$.

266. Dokažite matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi

$$6|7^n - 1.$$

267. Dokažite matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi

$$11|12^n - 1.$$

268. Dokažite matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi

$$16|5^{2n} - 3^{2n}.$$

269. Dokažite matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi

$$5|9^n - 4^n.$$

270. Dokažite matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi

$$4|3^{n+1} - 2n - 3.$$

271. Dokažite matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi

$$72|11^{2n} - 7^{2n}.$$

272. Dokažite matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi

$$21|5^{2n+1} + 4^{n+2}.$$

273. Dokažite matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi

$$8|3^{2n} - 1.$$

274. Dokažite matematičkom indukcijom da je $3^{2n+3} + 40n - 27$ djeljivo sa 64 za svaki prirodni broj n .

275. Dokažite matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi

$$1 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + \dots + (2n - 1) \cdot (2n + 1) = \frac{n(4n^2 + 6n - 1)}{3}.$$

276. Dokažite matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi

$$2 \cdot 4 + 4 \cdot 6 + 6 \cdot 8 + \dots + 2n \cdot (2n + 2) = \frac{4n(n + 1)(n + 2)}{3}.$$

277. Dokažite matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi

$$1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 3^{n-1} = \frac{3^n - 1}{2}.$$

278. Dokažite matematičkom indukcijom da je

$$\frac{(2n)!}{(n!)^2} > \frac{4^n}{n + 1}$$

za svaki prirodni broj $n \geq 2$.

279. Dokažite matematičkom indukcijom da je

$$(2n)! > 3^n \cdot (n!)^2$$

za svaki prirodni broj $n \geq 5$.

3. PRIRODNI BROJEVI

280. Dokažite matematičkom indukcijom da je

$$(1 + a)^n > 1 + n \cdot a$$

za svaki prirodni broj $n \geq 2$ i za svaki realni broj $a > 0$.

281. Dokažite matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - \dots + (-1)^{n-1} n^2 = (-1)^{n-1} \frac{n(n+1)}{2}.$$

282. Dokažite matematičkom indukcijom sljedeće formule za svaki $n \in \mathbb{N}$:

(a) $1 + 3 + \dots + (2n - 1) = n^2$

(b) $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{(4n - 3)(4n + 1)} = \frac{n}{4n + 1}$

(c) $1 + x^1 + x^2 + \dots + x^n = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}.$

283. Odredite koliko iznosi zbroj $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n + 1)}, n \in \mathbb{N}.$
Dokažite svoju tvrdnju.

284. Dokažite matematičkom indukcijom sljedeće tvrdnje za svaki $n \in \mathbb{N}$:

(a) $19 | 7 \cdot 5^{2n} + 12 \cdot 6^n$

(b) $57 | 7^{n+2} + 8^{2n+1}$

(c) $5 | 8^n - 3^n$

(d) $33 | 6^{2n} + 3^{n+2} + 3^n$

(e) $17 | 2^{5n+3} + 5^n \cdot 3^{n+2}.$

285. Dokažite da je za svaki $n \in \mathbb{N}$ broj $n^3 + 11n$ djeljiv sa 6.

286. Dokažite da je za svaki $n \in \mathbb{N}$ broj $4^n + 15n - 1$ djeljiv s 9.

287. Dokažite matematičkom indukcijom da je

$$3^n > 2^n + 3n$$

za svaki prirodni broj $n \geq 3$.

3.10 Osnove kombinatorike

- 288.** Gospodin Mudrić ima 3 odijela, 2 kaputa i 4 para cipela. Na koliko načina se može odjenuti gospodin Mudrić?
- 289.** Koliko se dvoznamenkastih parnih brojeva može načiniti od znamenki 3, 4, 5, 6 i 8, pri čemu se znamenke mogu i ponavljati?
- 290.** Koliko ima šesteroznamenkastih brojeva kojima je svaka znamenka parna i različita od nule?
- 291.** Na koliko se načina može 10 različitih knjiga rasporediti na polici?
- 292.** Na koliko načina se od 8 prijavljenih kandidata može izabrati:
- (a) tročlano predsjedništvo
 - (b) predsjednik, zamjenik i tajnik?
- 293.** U razredu od 26 učenika biramo tročlanu delegaciju. Na koliko načina se to može načiniti uz uvjet da učenik Perić bude u toj delegaciji?
- 294.** Na jednom znanstvenom skupu, kad se svaki sudionik jedanput rukovao sa svakim drugim, bilo je ukupno 45 rukovanja. Koliko je ljudi sudjelovalo na skupu?
- 295.** Koliko se različitih registarskih tablica može načiniti, ako su one oblika:

$$S_1 S_2 Z_1 Z_2 Z_3,$$

gdje je S_i slovo hrvatske abecede, a Z_j znamenka iz skupa

$$\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}?$$

- 296.** Koliko ima peteroznamenkastih brojeva u kojima je svaka sljedeća znamenka manja od prethodne?
- 297.** Koliko se permutacija može načiniti od znamenki 1, 2, 3, 4, 5, 6, a koje počinju:
- (a) znamenkom 4
 - (b) znamenkama 45
 - (c) znamenkama 456?
- 298.** Koliko različitih djelitelja ima broj 432?

3. PRIRODNI BROJEVI

- 299.** Tri mladića i četiri djevojke sjedaju na 7 stolica u jednom redu. Na koliko se načina mogu smjestiti tako da djevojke sjede zajedno?
- 300.** Na koliko različitih načina mogu pasti 3 (različite) kocke?
- 301.** Tri puta zaredom baca se kocka i registriramo brojeve koji su pali. Na koliko se različitih načina može dobiti zbroj “barem 15”?
- 302.** Na koliko načina možemo u razredu u kojem ima 30 učenika izabrati dvije sportske ekipe ako u svakoj ekipi mora biti šestoro djece?
- 303.** Koliko ima peteroznamenastih prirodnih brojeva koji završavaju nulom ili jedinicom?
- 304.** Koliko se različitih osmeroznamenastih prirodnih brojeva može napisati pomoću znamenaka 1, 2, 2, 3, 4, 4, 8, 9?
- 305.** Koliko se različitih “riječi” može složiti od svih slova riječi

KOMBINATORIKA?

- 306.** Na koliko se načina može 27 gledatelja smjestiti u kinodvoranu s 5 redova sjedala, ako u svakom redu ima 7 mjesta?
- 307.** Koliko brojeva između 100 i 300 počinje ili završava s 2?
- 308.** Koliko je troznamenastih brojeva djeljivo s 3, a nije djeljivo s 27?
- 309.** Koliko ima šesteroznamenastih prirodnih brojeva sastavljenih od znamenaka 0, 0, 1, 1, 2, 2?
- 310.** U jedan red s 12 sjedala sjeda 6 žena i 6 muškaraca. Na koliko načina oni mogu sjesti tako da nijedna žena ne sjedi do druge žene i nijedan muškarac ne sjedi do drugog muškarca?
- 311.** Na stolu se nalazi 8 crvenih bojica, 7 zelenih i 5 plavih. Na koliko načina se mogu odabrati 3 bojice različitih boja?
- 312.** Na natjecanje mladih pjesnika prijavilo se 10 učenika. Njih pet poslalo je po jednu pjesmu, troje ih je poslalo po dvije pjesme, a dvoje po tri pjesme. Postoji jedna prva, jedna druga i jedna treća nagrada. Na koliko načina možemo podijeliti nagrade pjesmama, ako proizvoljan broj pjesama jednoga učenika može dobiti nagradu?

313. Koliko postoji uređenih petorki $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ elemenata skupa

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

sa svojstvom

$$1 \leq x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 \leq 9?$$

- 314.** Na zabavi se okupilo 10 djevojaka i 13 mladića. Na koliko načina se mogu složiti plesni parovi (mladić–djevojka) uz uvjet da sve djevojke plešu?
- 315.** Na koliko načina možemo grupu od 20 studentica podijeliti u tri grupe tako da u jednoj bude 5, u drugoj 6, a u trećoj 9 studentica?
- 316.** Na koliko načina možemo 13 (jednakih) krušaka podijeliti među petero djece tako da svako dijete dobije bar jednu krušku?
- 317.** Na koliko načina možemo 20 (jednakih) jabuka podijeliti među troje djece tako da svako dijete dobije paran broj jabuka (barem dvije)?
- 318.** Koliko različitih djeliteља ima broj 7840?
- 319.** Na jednom turniru sudjelovalo je n nogometnih ekipa. Svaka ekipa je sa svakom drugom odigrala točno jednu utakmicu. Do kraja turnira odigrano je 28 utakmica. Koliko je ekipa sudjelovalo na turniru?
- 320.** Na koliko načina na polici možemo rasporediti 5 knjiga, ako su dvije među njima potpuno iste?
- 321.** Kocku bacamo 4 puta zaredom. Na koliko načina u sva četiri bacanja zajedno možemo dobiti zbroj 7?

4

Cijeli brojevi

322. Odredite sve cijele brojeve x za koje je:

(a) $|x| < 4$

(b) $|x| \geq 2$

(c) $|x - 2| < 3$.

323. Odredite sve cijele brojeve x koji zadovoljavaju nejednadžbu:

(a) $|x - 3| \leq 5$

(b) $|x + 2| > 3$.

324. Odredite skupove $A = \{x \in \mathbb{Z} : |x - 2| < 7\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} : |x + 1| > 4\}$.

325. Zadani su skupovi $A = \{x \in \mathbb{Z} : |x| < 5\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} : |x - 2| \geq 3\}$.
Odredite skupove $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ i $B \setminus A$.

326. Prisjetite se kako ste u školi učili da se računa $2 - 4$?

Odredite koliko je

$$2 - 4$$

pomoću diskretnoga modela. Na još nekoliko primjera prikažite oduzimanje većeg prirodnoga broja od manjeg. Možete li pomoću prikaza objasniti zašto $2 - 4$ računamo tako da od 4 oduzmemo 2 i zatim promijenimo predznak?

327. Odredite koliko je

$$2 + (-4)$$

pomoću diskretnoga modela. Usporedite postupak sa zadatkom 326. Možete li objasniti zašto je u ovakvim slučajevima oduzimanje ekvivalentno dodavanju suprotnoga? Pokušajte vidjeti još nekoliko primjera.

328. Prikažite

$$(-4) + (-3) = -7$$

na brojevnom pravcu. Pomoću toga objasnite kako zbrajamo dva negativna broja.

329. Pomoću diskretnoga modela odredite rezultate oduzimanja

$$1 - (-2)$$

$$(-2) - (-4)$$

$$(-1) - 3.$$

Pokušajte pomoću modela objasniti odgovarajuća pravila za oduzimanje (tj. zašto je u prvom slučaju rezultat jednak $1 + 2$, u drugom $4 - 2$, a u trećem $(-1) + (-3)$).

330. Ispunite tablicu koristeći definiciju množenja prirodnim brojem kao uzastopnoga zbrajanja.

$$4 \cdot (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3 \cdot (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2 \cdot (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$1 \cdot (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$0 \cdot (-2) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

Promatrajući lijevu i desnu stranu jednakosti, kako biste dalje ispunili tablicu:

$$(-1) \cdot (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-2) \cdot (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-3) \cdot (-2) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

Možete li, koristeći ovaj primjer, motivirati definiciju množenja dva negativna broja? Obrazložite.

331. Odredite koliko je $(-4) + (-3)$ pomoću diskretnoga modela. Koristeći taj primjer, objasnite kako zbrajamo dva negativna broja. Provjerite na još nekoliko primjera.

332. Pomoću modela brojevnoga pravca odredite koliko je $2 + (-4)$ i $6 + (-2)$. Koristeći ove primjere objasnite kako zbrajamo pozitivan i negativan broj. Provjerite na još nekoliko primjera.

4. CIJELI BROJEVI

- 333.** Za cijeli broj $n \in \mathbb{Z}$, objasnite što je to suprotan broj broju n ? Koji su brojevi suprotni redom brojevima $2, 4, 7, -2, -5, 0$? Kako suprotan broj prikazujemo u diskretnom modelu?
- 334.** Odredite koliko je $(-6) - (-3)$ i $-(6 - 3)$ koristeći diskretni model. Uočavate li vezu između ova dva postupka? Pomoću toga objasnite kako oduzimamo dva negativna broja (ako je prvi manji od drugoga). Ilustrirajte s još nekoliko primjera.
- 335.** Koristeći diskretni model, odredite koliko je $3 - 7$ i $-(7 - 3)$. Uočavate li vezu između ova dva postupka? Pomoću toga objasnite kako od većeg pozitivnoga broja oduzimamo manji pozitivan broj. Ilustrirajte s još nekoliko primjera.
- 336.** Odredite koliko je $(-6) - (-3)$ i $-(6 - 3)$ koristeći model brojevnoga pravca. Uočavate li vezu između ova dva postupka? Pomoću toga objasnite kako oduzimamo dva negativna broja (ako je prvi manji od drugog). Provjerite na još nekoliko primjera.
- 337.** Odredite koliko je $3 - 7$ i $-(7 - 3)$ koristeći model brojevnoga pravca. Pomoću toga objasnite kako od većega pozitivnoga broja oduzimamo manji pozitivan broj. Ilustrirajte na još nekoliko primjera.
- 338.** Pomoću modela brojevnoga pravca odredite rezultate oduzimanja

$$\begin{aligned}1 - (-2) \\ (-2) - (-4) \\ (-1) - 3.\end{aligned}$$

Pokušajte pomoću modela objasniti odgovarajuća pravila za oduzimanje (tj. zašto je u prvom slučaju rezultat jednak $1 + 2$, u drugom $4 - 2$, a u trećem $(-1) + (-3)$).

- 339.** Koristeći primjere za oduzimanje objasnite kako je oduzimanje nekog broja isto što i dodavanje suprotnoga broja.
- 340.** Koristeći definiciju množenja (prirodnim brojem) kao višestrukog zbrajanja pokažite da je

$$4 \cdot (-5) = -(4 \cdot 5) = -20.$$

Objasnite na tom primjeru pravilo za množenje pozitivnoga broja negativnim.

341. Koliko je

$$(-4) \cdot 5?$$

Zašto? Koje svojstvo množenja tu koristite? Formulirajte pravilo za množenje negativnoga broja pozitivnim.

342. Polazeći od relacije

$$0 + 1 = 1$$

te koristeći distributivnost množenja prema zbrajanju, pokažite da je

$$0 \cdot a = 0$$

za sve $a \in \mathbb{Z}$.

343. Izračunajte

$$(-16) : (-4) =$$

$$15 : (-3) =$$

$$(-18) : 3 = .$$

Obrazložite račun koristeći definiciju dijeljenja kao operacije inverzne množenju.

344. Koristeći definiciju dijeljenja pomoću uzastopnoga oduzimanja, obrazložite zašto je

$$(-16) : (-4) = 4?$$

345. Pokažite da su \mathbb{N} i \mathbb{Z} jednakobrojni (bijektivni) skupovi.

5

Racionalni brojevi

5.1 Racionalni brojevi (razlomci)

346. Izračunajte:

$$(a) 7 - \frac{3}{5} + \frac{13}{7}$$

$$(b) \frac{2}{5} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{12}{5}$$

$$(c) \left(\frac{12}{5} - \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{11}{3} - \frac{5}{2}\right)$$

$$(d) \frac{\frac{12}{7} - \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{7}}{\frac{5}{7} + \frac{1}{4}}$$

347. Izračunajte:

$$(a) \frac{\frac{3}{5} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{1 - \frac{7}{2} - \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{2}\right)}$$

$$(b) \frac{\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{2}\right)}{\left(\frac{1}{20} - \frac{7}{10}\right) \cdot \left(\frac{8}{5} + 1\right)}$$

$$(c) \left\{ \left[\left(\frac{3}{2} : \frac{2}{3} \right) : \frac{3}{2} \right] : \frac{2}{3} \right\} : \frac{9}{4}$$

348. Izračunajte:

$$\frac{\left(7 - \frac{127}{20}\right) : \frac{13}{2} + \frac{99}{100}}{\left(\frac{6}{5} : 36 + \frac{6}{5} : \frac{1}{4} - \frac{21}{16}\right) : \frac{169}{24}}$$

349. Nacrtajte jednu dužinu te je zatim, bez mjerenja duljine, podijelite na
a) 2 jednaka dijela, b) 3 jednaka dijela, c) 5 jednakih dijelova.

350. Koristeći se površinskim modelom prikažite da je

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

Objasnite pomoću ovoga primjera zašto možemo skraćivati i proširivati razlomke.

351. Koristeći grafički prikaz, objasnite kako cijele brojeve možemo napisati u obliku razlomaka?

352. Prikažite grafički

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

te pomoću ovoga primjera obrazložite kako zbrajamo razlomke s istim nazivnicima.

353. Prikažite grafički

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

te pomoću ovoga primjera obrazložite kako zbrajamo razlomke s različitim nazivnicima.

354. Koristeći proširivanje razlomaka, obrazložite zašto je

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}?$$

355. Prikažite i obrazložite pomoću površinskoga modela za množenje

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$$

356. Pomoću površinskoga modela obrazložite zašto je $\frac{1}{2}$ od $\frac{1}{3}$ jednaka $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$.

357. Koristeći grafički prikaz objasnite vezu dviju različitih interpretacija razlomaka: kao odnosa dijela prema cjelini i kao rezultata dijeljenja dva broja.

5. RACIONALNI BROJEVI

358. Što je recipročan broj nekom racionalnom broju? Koje ih svojstvo povezuje? Koji su brojevi recipročni brojevima $\frac{1}{4}, -\frac{3}{5}, \frac{12}{7}, \frac{123}{13}, -19$?

359. Koristeći vezu množenja i dijeljenja, obrazložite zašto je

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3}.$$

360. Pomoću površinskoga modela usporedite razlomke

$$\text{a) } \frac{7}{8} \text{ i } \frac{7}{11}, \quad \text{b) } \frac{27}{10} \text{ i } \frac{22}{10}, \quad \text{c) } \frac{27}{11} \text{ i } \frac{22}{9}.$$

Možete li iskazati i obrazložiti pravilo za uspoređivanje razlomaka? Možete li na osnovi njega izvesti i posebna pravila za slučajeve kada razlomci imaju isti nazivnik, odnosno brojnik?

361. Poredajte razlomke po veličini:

$$\frac{2}{5}, \frac{7}{8}, \frac{1}{4}, \frac{9}{10}, \frac{12}{7}, \frac{13}{11}, \frac{7}{9}, \frac{1}{3}, \frac{5}{8}.$$

362. Za koje prirodne brojeve n vrijedi:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \frac{1}{3} < \frac{n}{6} < \frac{3}{4} \\ \text{(b)} \quad & \frac{2}{3} < \frac{n}{2} < \frac{7}{4} \end{aligned}?$$

363. Pojednostavite izraz:

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{100^2}\right).$$

364. Pokažite da su \mathbb{N} i \mathbb{Q} jednakobrojni (bijektivni) skupovi.

5.2 Decimalni zapis racionalnog broja

365. Izračunajte

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & 0.3 : \frac{6}{5} + \frac{7}{6}, & \text{(b)} \quad & \frac{12}{35} \cdot \frac{10}{3} - \frac{9}{14}, & \text{(c)} \quad & \frac{2.5 - \frac{4}{3}}{\frac{2}{3} + 0.6}, \\ \text{(d)} \quad & 1.75 : \frac{5}{6} - 0.6, & \text{(e)} \quad & \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{35} + \frac{3}{14}, & \text{(f)} \quad & \frac{\frac{8}{3} - \frac{2}{7}}{3.5 + \frac{8}{3}}, \\ \text{(g)} \quad & \frac{4}{3} : 0.4 - 3.5, & \text{(h)} \quad & 0.375 \cdot \frac{2}{9} + 0.3, & \text{(i)} \quad & \frac{\frac{2}{3} - 0.2}{1.5 + \frac{1}{5}}, \\ \text{(j)} \quad & \frac{5}{6} : \frac{2}{3} + 3.5, & \text{(k)} \quad & \frac{2}{7} \cdot 0.75 - \frac{5}{6}, & \text{(l)} \quad & \frac{\frac{1}{3} - 0.4}{2.5 + \frac{1}{3}}. \end{aligned}$$

366. Izračunajte vrijednost izraza:

$$(a) \frac{\left(6\frac{3}{5} - 3\frac{3}{14}\right) \cdot 5\frac{5}{6}}{(21 - 1.25) : 2.5}$$

$$(b) \frac{\left(1\frac{1}{12} + 2\frac{5}{32} + \frac{1}{24}\right) \cdot 9\frac{3}{5} + 2.13}{0.4}$$

$$(c) \frac{3 : \frac{2}{5} - 0.09 : \left(0.15 : 2\frac{1}{2}\right)}{0.32 \cdot 6 + 0.03 - (5.3 - 3.88) + 0.67}$$

367. Izračunajte:

$$(a) \frac{\left(12\frac{1}{6} - 6\frac{1}{27} - 5\frac{1}{4}\right) \cdot 13.5 + 0.111}{0.02}$$

$$(b) 1 - \left[2 + \left(3\frac{1}{4} - \frac{2}{5}\right) - \left(-1\frac{1}{3} + 2.1\right)\right].$$

368. Izračunajte:

$$\left[(0.78 : 2.6) + \frac{77}{90} : \left(6 - \frac{2.3 + 5 : 6.25}{8 \cdot 0.0125 + 6.1}\right)\right] : 1\frac{11}{30}.$$

369. Izračunajte:

$$26 : \left[\frac{3 : (0.2 - 0.1)}{2.5 \cdot (0.8 + 1.2)} - \frac{(34.06 - 33.81) \cdot 4}{6.84 : (28.57 - 25.15)}\right] + \frac{2}{3} : \frac{4}{21}.$$

370. Izračunajte:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + \left(1\frac{1}{2}\right)^{-1} - 0.5^{-3}.$$

371. Pretvorite razlomke u decimalne brojeve:

$$(a) \frac{23}{5}, \quad (b) \frac{13}{3}, \quad (c) \frac{19}{4}, \quad (d) \frac{23}{6}, \quad (e) \frac{24}{7}.$$

372. Pretvorite decimalne brojeve u razlomke:

$$(a) 3.375, \quad (b) 3.\dot{4}, \quad (c) 12.\overline{14}, \quad (d) 1.3\dot{4}, \quad (e) 2.23.$$

373. Poredajte decimalne brojeve po veličini

$$5.3, 5.03, 0.53, 0.8, 0.08, 0.13, 0.4, 0.40.$$

5. RACIONALNI BROJEVI

- Opišite kako uspoređujete dva decimalna broja?
- Prikažite brojeve iz prethodnoga zadatka pomoću blokova.
- Možete li objasniti pravilo za uspoređivanje decimalnih brojeva?

374. Prikažite grafički, na brojevnom pravcu te pomoću dekadskih blokova, brojeve 2.2, 3.04, 0.512.

375. Koliko je

$$12.3 + 3.21?$$

Prikažite brojeve pomoću blokova i objasnite kako zbrajate decimalne brojeve.

376. Koliko je

$$12.03 + 3.121?$$

Napišite brojeve 12.03 i 3.121 u obliku razlomka te ih tako zbrojite. Možete li sada pojasniti postupak zbrajanja decimalnih brojeva?

377. Kako zbrajamo i oduzimamo decimalne brojeve? Objasnite na primjeru.

a) $2.13 + 3.5$, b) $4.137 - 2.20$, c) $41.6 + 2.51$, d) $12.5 - 23.2$

378. Kako množimo decimalne brojeve? Objasnite na primjerima:

a) $1.4 \cdot 3.2$, b) $0.07 \cdot 0.23$, c) $0.20 \cdot 12.1$, d) $1.3 \cdot 13.20$

379. Koliko je

$$1.2 \cdot 0.6?$$

Prikažite množenje pomoću površinskoga modela.

380. Prikažite brojeve 1.02 i 2.6 u obliku razlomka te ih tako pomnožite. Možete li sada pojasniti postupak množenja decimalnih brojeva?

381. Koliko je

$$1.2 \cdot 0.63?$$

- Opišite postupak kako množite decimalne brojeve.
- Napišite brojeve 1.2 i 0.63 u obliku razlomka te ih tako pomnožite.
- Možete li sada pojasniti postupak množenja decimalnih brojeva?

382. Koliko je

$$1.2 : 0.2?$$

Prikažite brojeve 1.2 i 0.2. Koristeći se prikazom objasnite rezultat dijeljenja.

383. Kako dijelimo decimalne brojeve? Obrazložite na primjerima:

- a) $1.4 : 3.2$, b) $0.07 : 0.2$, c) $9 : 1.5$, d) $12 : 0.06$

384. Koliko je

$$4.81 : 1.3?$$

Prikažite brojeve 4.81 i 1.3 u obliku razlomka te ih tako podijelite. Možete li pojasniti postupak dijeljenja decimalnih brojeva?

385. Odaberite još nekoliko brojeva za x pa popunite tablicu:

x	$x \cdot 0.9$	$x : 0.9$	$x \cdot 0.5$	$x : 0.5$	$x \cdot 0.1$	$x : 0.1$
18						

Što zaključujete?

386. Ako jedan broj ima 2 decimale, a drugi 3, koliko će decimalnih mjesta imati njihova razlika? Kako biste općenito odredili broj decimalnih mjesta razlike dva broja? Možete li objasniti vaše pravilo?

387. Ako jedan broj ima 2 decimale, a drugi 3, koliko će decimalnih mjesta imati njihov umnožak? Kako biste općenito odredili broj decimalnih mjesta umnoška dva broja? Možete li objasniti vaše pravilo?

388. Ako jedan broj ima 2 decimale, a drugi 3, možete li odrediti koliko će decimalnih mjesta imati njihov kvocijent? Objasnite.

389. Prikažite u decimalnom obliku:

- (a) $\frac{8}{3}$, (b) $\frac{23}{4}$, (c) $\frac{34}{5}$, (d) $\frac{25}{7}$, (e) $\frac{13}{11}$,
 (f) $\frac{23}{11}$, (g) $\frac{17}{6}$, (h) $\frac{17}{11}$, (i) $\frac{23}{6}$.

390. Neki razlomci imaju periodični dio odmah iza decimalnog zareza, a neki kasnije, od neke daljnje decimale. Na primjer,

$$\frac{5}{3} = 1.\dot{6}, \quad \frac{1}{6} = 0.1\dot{6}.$$

Nađite još primjera za prvi odnosno drugi slučaj? Možete li formulirati pravilo kada će se dogoditi prvi, a kada drugi slučaj?

391. Prikažite u obliku razlomka

- (a) 1.23, (b) 12.5, (c) 6.2, (d) $4.\dot{3}$,
 (e) $3.1\dot{4}$, (f) $0.\dot{7}1428\dot{5}$, (g) $0.0\dot{3}\dot{6}$, (h) $1.\dot{3}\dot{6}$,
 (i) $2.\dot{5}\dot{4}$, (j) $3.\dot{8}\dot{1}$, (k) $2.0\overline{714285}$, (l) $3.0\overline{461538}$,
 (m) $1.0\overline{230769}$, (n) $2.0\overline{153846}$, (o) $1.\dot{7}\dot{2}$.

5. RACIONALNI BROJEVI

392. Napišite u obliku razlomka:

- (a) $3.\dot{6}\dot{1}$
- (b) $3.\dot{6}\dot{1}$
- (c) $0.36\dot{1}$
- (d) $0.\dot{3}6\dot{1}$
- (e) $0.3\dot{6}\dot{1}$.

393. Prikažite u obliku razlomka brojeve:

- (a) $-0.12\dot{3}5\dot{7}$
- (b) $22.9\dot{5}\dot{4}$.

Dobiveni rezultat skratite do kraja.

394. Prikažite u obliku razlomka brojeve:

- (a) $-91.\dot{8}\dot{1}$
- (b) $0.12\dot{8}1\dot{4}$.

Dobiveni rezultat skratite do kraja.

395. Koja je stota znamenka iza decimalnog zareza u decimalnom zapisu broja $\frac{1}{7}$?

396. Odredite 150. znamenku iza decimalnog zareza u decimalnom zapisu broja $\frac{3}{14}$.

397. Odredite 300. znamenku iza decimalnog zareza u decimalnom zapisu broja $\frac{5}{13}$.

398. Broj $\frac{5}{17}$ prikažite u obliku periodičkoga decimalnog broja.

399. Pretvaranjem u razlomke izračunajte:

$$\frac{(1.75 : 0.\dot{3} - 1.75 \cdot \frac{9}{8}) : \frac{7}{12}}{(\frac{17}{80} - 0.0325) : 400} : (6.79 : 0.7 + 0.3).$$

400. Pretvorite beskonačno periodički decimalni broj r u razlomak ako je:

- (a) $r = 0.23\overline{75}$

(b) $r = 3.12\overline{46}$.

401. Umnožak brojeva $0.3333\dots$ i $0.6666\dots$ iznosi $0.xxxx\dots$. Odredite znamenku x .

5.3 Algebarski izrazi i algebarski razlomci

402. Vaš je učenik rješavao jednadžbu:

$$\frac{x-5}{x+1} = \frac{x-5}{x+3}.$$

Učenik vam slavodobitno priopćuje: “Nema rješenja. Najprije sam pomnožio lijevu i desnu stranu s $(x+1)(x+3)$. Dobio sam $(x-5)(x+3) = (x-5)(x+1)$. Podijelio sam obje strane s $x-5$ i dobio $x+1 = x+3$. Sada mogu od objiju strana oduzeti x i dobit ću $1 = 3$, a to je nemoguće. Dakle, nema rješenja.” Gdje je pogriješio?

403. Pripremajući se za ispit, kolega vam objašnjava kako je riješio jednadžbu $-x^2 + 5x = 4$: “Prvo rastaviš lijevu stranu na faktore i dobiješ $x(5-x) = 4$. Sada je ili $x = 4$ ili $5-x = 4$. U drugom slučaju dobiješ $x = 1$. Dakle, rješenja su $x = 1$ i $x = 4$.”

- (a) Je li vaš kolega dobio točna rješenja?
 (b) Možete li obrazložiti način na koji je riješio jednadžbu?
 (c) Provjerite možemo li njegovom metodom riješiti i druge kvadratne jednadžbe?

404. Izračunajte vrijednost izraza

$$\frac{\frac{ab^2 - a^2}{b^2} - a}{\frac{b^3 - a}{b^2} - b}$$

za $a = 3.\dot{3}$ i $b = -0.\dot{4}$. Rezultat prikažite u obliku razlomka.

405. Izračunajte vrijednost izraza

$$\frac{\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b}}{\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}}$$

za $a = 0.\dot{3}\dot{1}$ i $b = 0.\dot{5}$. Rezultat prikažite u obliku razlomka.

406. Izračunajte vrijednosti izraza:

(a) $3x^2 - xy + 2y^2$, za $x = \frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{3}$

(b) $3(3x - 2) + 5(3x - 5)^2 + 7(3x - 7)^2$, za $x = \frac{8}{3}$.

407. Pomnožite i reducirajte:

(a) $\left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x + \frac{1}{3}\right)$

(b) $\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right) \left(\frac{2}{3}a - \frac{1}{2}b\right)$.

408. Izračunajte pomoću formule za kvadrat binoma:

(a) $\left(\frac{1}{2}a + 2b\right)^2$

(b) $\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}y\right)^2$

(c) $3(2a - 3)^2 - (3a - 1)(4a - 5)$.

409. Rastavite na faktore sljedeće algebarske izraze:

(a) $5a^3 - 10a^2b^2 + 5a^2$

(b) $2(a + 1)^2 + 4a(a + 1)$

(c) $56x^2y + 7xy^2 - 32x - 4y$.

410. Rastavite na faktore sljedeće algebarske izraze:

(a) $x^3 + 2x^2 + 2x + 4$

(b) $ax^2 + a + ax - bx^2 - bx - b$

(c) $4a^2 + 4ab + b^2$

(d) $2x^4y - x^2y^2 - x^6$

(e) $8m^3 - 12m^2 + 6m - 1$.

411. Skratite razlomke:

(a) $\frac{a^2 + a}{ax - ay}$

(b) $\frac{a^3 + a^2x}{ax^3 + x^4}$

- (c) $\frac{16x^3 - 36xy^2}{6xy - 9y^2}$
 (d) $\frac{8a^3 - 125b^3}{4a^2 - 25b^2}$
 (e) $\frac{3a^4b^2 - 12a^2b^2}{4a^4b^3 + 8a^3b^3}$
 (f) $\frac{28a^2b + 42ab^2}{28a^3b - 63ab^3}$.

412. Skratite razlomke:

- (a) $\frac{2a^4 - 8a^3b + 8a^2b^2}{a^4 - 2a^3b}$
 (b) $\frac{a^2 - 4}{a^2 + a - 6}$
 (c) $\frac{a^2 + 2ab + b^2 - c^2}{(a + b + c)a + (a + b + c)c}$
 (d) $\frac{a^3 - 8}{a^4 + 4a^3 + 4a^2 - 16}$
 (e) $\frac{a^2 - a - 12}{a^3 - 13a - 12}$.

413. Izračunajte:

- (a) $\frac{a - b}{a + 2b} - \frac{a + b}{a - 2b} + \frac{7ab}{a^2 - 4b^2}$
 (b) $\frac{x^2}{x^2 - xy} + \frac{y^2}{xy - y^2} - \frac{2y}{x - y}$
 (c) $\frac{a^2 + b^2}{ab} - \frac{a^2}{ab + b^2} - \frac{a^2}{a^2 + ab}$
 (d) $\frac{8x - 4x^2}{4 - x^2} + \frac{8 + 4x}{4 + 4x + x^2} + \frac{2x^2 - x^3}{4 - x^2}$
 (e) $\left(\frac{1}{a + b} - \frac{1}{a - b}\right) \cdot \left(\frac{a^2}{b^2} - 1\right)$.

414. Izračunajte i rezultat napišite u najjednostavnijem obliku:

- (a) $\frac{a^2b - a^4}{2b^2 + 6a^2b} - \frac{5a^2}{6b - 18a^2} + \frac{27a^4 + a^2b}{6b^2 - 54a^4} + \frac{a^2 + 6b}{6b}$
 (b) $\left[\left(\frac{a}{b} - 1\right)^2 + \frac{a}{b}\right] \cdot \frac{a + b}{b}$

5. RACIONALNI BROJEVI

- (c) $\left(\frac{a^2 - a}{a^2 + 1} + \frac{2a^2}{a^3 - a^2 + a - 1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{a^2}\right)$
- (d) $\left(\frac{a - b}{a^2 + ab} - \frac{a}{ab + b^2}\right) : \left(\frac{b^2}{a^3 - ab^2} + \frac{1}{a + b}\right)$
- (e) $\left(\frac{75 + 12x^2}{25 - 4x^2} + \frac{5 + 2x}{2x - 5} - \frac{5 - 2x}{2x + 5}\right) \cdot \frac{25 - 4x^2}{25 + 4x^2}$
- (f) $\left(\frac{x - y}{x + y} + \frac{x + y}{x - y}\right) \cdot \left(\frac{x^2 + y^2}{2xy} + 1\right) \cdot \frac{xy}{x^2 + y^2}$
- (g) $1 + \frac{x^3 + 1}{x^3 - x^2} : \left[\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} \cdot \frac{x + 1}{(x - 1)^2} - \frac{1}{(1 - x)^2}\right]$
- (h) $\left[\left(\frac{3a}{2b} - \frac{2b}{3a}\right)^2 - \frac{8b^2}{9a^2} + 2\right] \cdot \left(\frac{1}{9a^2 + 4b^2} + \frac{1}{9a^2 - 4b^2}\right)$
- (i) $6a + \left(\frac{a}{a - 2} - \frac{a}{a + 2}\right) : \frac{4a}{a^4 - 2a^3 + 8a - 16}$
- (j) $\left[1 : \frac{a^3 - b^3}{a^5 + a^2b^2 + b^5}\right] : \frac{a^5 + a^2b^2 + b^5}{a^4 - ab^3 - a^3b + b^4} : (a - b)$
- (k) $\left[\left(\frac{1}{x + 1} - \frac{1}{x - 1}\right) \cdot \frac{x - 1}{2} + \frac{1 - x}{1 + x}\right] : \left(\frac{x - 1}{x + 1} - 1\right) + \frac{2 - x}{2}$

6

Realni brojevi

6.1 Računanje s realnim brojevima

415. Izračunajte:

$$2\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{18} + \sqrt{72} - \sqrt{80} - \sqrt{450} + \sqrt{125}.$$

416. Izračunajte:

a) $\sqrt[3]{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

b) $\sqrt{5\sqrt{2} - 7} \cdot \sqrt[3]{7 + 5\sqrt{2}}$

c) $(\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}})^2$

d) $\sqrt[3]{a^3 + \sqrt{a^6 - 8}} \cdot \sqrt[3]{a^3 - \sqrt{a^6 - 8}}$.

417. Izračunajte:

$$\sqrt[5]{2 + \sqrt{3 - \sqrt{2}}} \cdot \sqrt[5]{2 - \sqrt{3 - \sqrt{2}}} \cdot \sqrt[5]{\sqrt{2} - 1}.$$

418. Racionalizirajte nazivnike sljedećih razlomaka:

a) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{4}}{\sqrt{6} - \sqrt{5}}$

b) $\frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}}{2\sqrt{5} + 3\sqrt{2}}$

c) $\frac{3\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}{2\sqrt{5} + 3\sqrt{2}}$

6. REALNI BROJEVI

d) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$

e) $\frac{1}{1 + \sqrt[3]{2}}$.

419. Racionalizirajte nazivnik u razlomku $\frac{20}{\sqrt{5} - \sqrt{5}}$.

420. Racionalizirajte nazivnik u razlomcima:

a) $\frac{1}{\sqrt[3]{a^2b}}$

b) $\frac{a^2b}{\sqrt[5]{ab^4}}$.

421. Skratite razlomak $\frac{\sqrt{36} + \sqrt{54}}{\sqrt{42} + \sqrt{63}}$.

422. Smjestite na brojevni pravac realne brojeve:

a) $\frac{4}{7}$; b) $\sqrt{26}$; $\sqrt{91}$; d) $-\frac{1}{2}\sqrt{34}$.

423. Izračunajte:

$$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{8}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{98} + \sqrt{100}}.$$

424. Izračunajte:

$$\frac{1}{\sqrt{6} - \sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{9} - \sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{12} - \sqrt{9}} - \dots + \frac{1}{\sqrt{96} - \sqrt{93}} - \frac{1}{\sqrt{99} - \sqrt{96}}.$$

425. Izračunajte:

$$\frac{1}{\sqrt{3} - \frac{2}{2 - \sqrt{3} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}}}}.$$

426. Izračunajte:

$$\left[\frac{\sqrt{a}}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{a} - 1} + \frac{1}{\sqrt{a} + 1} \right) - \frac{a}{a + 1} \right] \cdot \left(a - \frac{1}{a} \right).$$

427. Izračunajte vrijednost izraza

$$\frac{a^3 - b^3}{a + b - \frac{ab}{a + b}} - \frac{a^3 + b^3}{a - b + \frac{ab}{a - b}},$$

ako je $a = \sqrt{17}$ i $b = \sqrt{13}$.

428. Dokažite da je $\sqrt[3]{3}$ iracionalan broj.

429. Dokažite da je $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ iracionalan broj.

430. Izračunajte:

a) $\left(\frac{1}{2}x^a y^{1+b}\right)^5 \cdot (4x^{1-a} y^b)^3$

b) $(5a^2 y)^n \cdot \left(\frac{1}{5}a^n y^{1+n}\right)^2$.

431. Napišite kao potenciju s eksponentom 2:

a) $0.0001a^{6n}b^{12n}$

b) $16x^{4n}y^{2n}$

c) $\frac{175x^{36}y^{4a}}{112z^{12}}$

d) $\frac{396a^{28}b^{36}}{539c^{18n}}$.

432. Izračunajte:

a) $\left(\frac{a^3 + b^3}{a + b}\right)^n : \left(\frac{a^2 - ab + b^2}{a - b}\right)^n$

b) $\left(\frac{a + 2b}{a - 2b}\right)^{3x} \cdot \left(\frac{a^2 - 4b^2}{b - a}\right)^{3x} \cdot \left(\frac{b - a}{a + 2b}\right)^{3x}$.

433. Izračunajte:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + \left(1\frac{1}{2}\right)^{-1} - (0.5)^{-3}$

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-6}$.

434. Izračunajte:

- a) $\left(-\frac{x^3 y^{m+1}}{yz^{-4}}\right)^{-3}$
b) $\left(-\frac{a^{5k+3} b^{-2}}{a^{4k} c^5}\right)^{-4}$
c) $216 \cdot 6^{-3} a^{-14} b^{17} c^{16} \left(\frac{a^{-4} b^4}{a^{-6} c^3}\right)^{-3}$.

435. Izračunajte:

- a) $\frac{3^8 \cdot 9^{-2} \cdot 5^4 + 9 \cdot 125 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}}{(3 \cdot 5)^4 \cdot 3^{-3}}$
b) $\frac{8^{-1} + 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} + 2^{-3}} : \left(\frac{33}{37}\right)^{-1}$
c) $\frac{128 \cdot 8^{-1} \cdot 3^6 + 6^8}{4^2 \cdot 9^3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-3}} : \left(\frac{25}{29}\right)^{-1}$
d) $\frac{9 \cdot 3^{-2} + 4 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-2}}{10^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{12}\right)^{-1}}$.

436. Izračunajte:

- a) $\left[16^{-0.25} - (2\sqrt{2})^{\frac{1}{3}}\right] \cdot \left[16^{-0.25} + (2\sqrt{2})^{\frac{1}{3}}\right]$
b) $\left[9^{-\frac{1}{2}} - (3\sqrt{3})^{-\frac{2}{3}}\right] \cdot \left[9^{-\frac{1}{2}} + (3\sqrt{3})^{-\frac{2}{3}}\right]$
c) $16^{0.25} + 36^{\frac{1}{2}} + 256^{\frac{3}{4}} - 125^{\frac{1}{3}} + 49^{0.5} - 81^{0.75}$
d) $\left[\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{1}{5}} - \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}}\right] : \left[\left(-\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{1}{3}}\right]$.

437. Izračunajte vrijednost izraza

$$\left[a^{-\frac{3}{2}} b (ab^{-2})^{-\frac{1}{2}} (a^{-1})^{-\frac{2}{3}}\right]^3,$$

ako je $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ i $b = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

438. Izračunajte:

$$\left[\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + 4^2}{\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} + 4^{-2}} \right]^{-1} \cdot 1^0.$$

439. Izračunajte:

$$(3 - \sqrt{6.25}) \cdot 0.125^{\frac{1}{5}} \cdot 0.0025^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}.$$

6.2 Omjeri. Razmjeri. Proporcionalnost

440. Odredite x u sljedećim razmjerima:

a) $(a^2 - b^2) : \frac{4a^2b^2}{a-b} = \frac{1}{ab} : \frac{x}{(a-b)^2}$

b) $\frac{a^2 - b^2}{2ab} : \frac{3a}{a+b} = \frac{a-b}{a+b} \cdot x : \frac{6ab^2}{(a+b)^2}$

c) $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) : x = \frac{a+b}{a-b} : ab$

d) $\left(b - \frac{ab}{a+b}\right) : a^2b^2 = x : \left(a + \frac{ab}{a-b}\right)$

e) $(a-b) : (a+b) = \left[a-b - \frac{2(b-a)}{a+b}\right] : x$

f) $\left[\frac{(a+b)^2}{4ab} - 1\right] : \frac{a-b}{4ab} = x : \frac{ab}{a-b}.$

441. Polumjeri krugova su $r_1 = 6$ cm, $r_2 = 8$ cm. Kako se odnose opsezi, a kako površine tih krugova?

442. Pješak prewali 80 m u minuti, a automobil 90 km na sat. Kako se odnose njihove brzine?

443. Neki posao 18 radnika završi za 35 dana. Za koliko bi se dana završio isti posao ako bi na njemu radilo 45 radnika? Koliko bi radnika trebalo raditi da se posao završi za 21 dan?

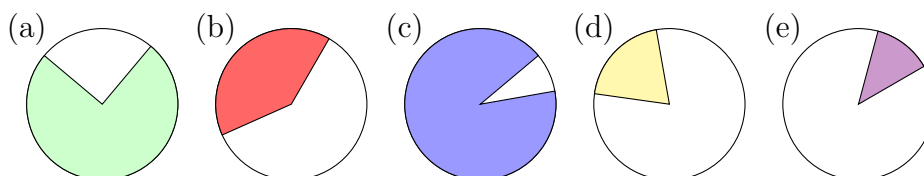
444. Autobus se kreće istom brzinom i za 2 sata i 36 minuta prewali 169 km. Koliki će put tom brzinom prijeći za jedan i pol sat?

6. REALNI BROJEVI

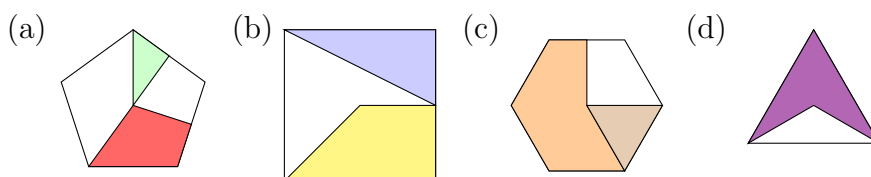
445. Neki posao 30 radnika obavi za 28 dana. Da bi se posao brže obavio, u pomoć je nakon 7 dana došlo još 12 radnika. Za koliko dana je skraćeno vrijeme za obavljanje posla?
446. Radeći 20 dana po 7 sati dnevno 2 radnika obave ugovoreni posao. Za koliko bi dana isti posao obavilo 7 radnika radeći po 8 sati dnevno?
447. Neki posao 20 radnika može obaviti za 10 dana. Nakon 3 dana od posla odustane 6 radnika. Koliko će kasniti završetak posla?
448. Za obavljanje nekog posla 60 radnika treba raditi 60 dana. Kako bi se posao završio ranije, nakon 10 dana zaposleno je još 15 radnika. Za koliko će dana biti završen posao?
449. 15 traktora preore njivu za 6 dana. Nakon 2 dana zbog kvara isključena su 3 traktora. Za koliko je dana produljen posao?

6.3 Postoci

450. Procijenite postotke osjenčanih površina:



451. Procijenite postotke osjenčanih površina

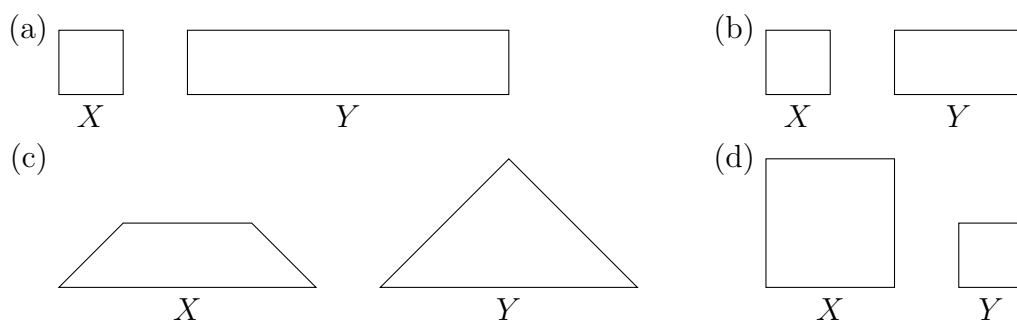


452. Nacrtajte 5 krugova te na njima redom osjenčajte sljedeće postotke:

a) 10 %, b) 85 %, c) 37 %, d) 38 %, e) 66 %.

453. Odredite kolika je veličina od X naspram veličine od Y (iskazana u postocima veličine od Y) na gornjoj slici.

Kako biste pomoću omjera iskazali odnos između X i Y ?



454. Odredite ekvivalentne omjere koji odgovaraju zadanim postocima

a) 30 % je

- _____ naprema 100
- _____ naprema 10
- _____ naprema 1000
- _____ naprema 700
- _____ naprema 20
- _____ naprema 2

b) 50 % je

- _____ od 100
- _____ od 10
- _____ od 1000
- _____ od 700
- _____ od 20
- _____ od 2

c) 175 % je

- _____ naprema 100
- _____ naprema 10
- _____ naprema 1000
- _____ naprema 700
- _____ naprema 20
- _____ naprema 2

d) 86 % je

- _____ od 100
- _____ od 10
- _____ od 1000
- _____ od 700
- _____ od 20
- _____ od 2

455. Izračunajte polovinu od $\frac{3}{5}$ od 0.5 % broja 10^6 .

456. Razlomak $\frac{1}{8}$ napišite u obliku postotka.

457. (a) U supermarketu je u tijeku akcija pod sloganom “Proslavimo zajedno rođendan: 30 % + 20 % + 10 %.” Koliko ćemo platiti tortu koja je prije akcije koštala 50 kn?

(b) Jeste li mogli i na neki drugi način shvatiti ovu akciju? Kolika bi bila cijena u tom slučaju?

458. Svježe gljive sadrže 90 % vode, a sušene 12 %. Koliko se kg sušenih gljiva dobije sušenjem 44 kg svježih gljiva?

459. Morska voda sadrži 4.5 % soli. Koliko slatke vode treba uliti u 80 l morske da bi koncentracija soli bila 2.5 %?

6. REALNI BROJEVI

- 460.** Kava prženjem gubi od svoje težine 12 %. Koliko kave treba ispržiti da se dobije 3.64 kg pržene kave?
- 461.** U jednoj je školi 35 % dječaka, a djevojčica ima 252 više nego dječaka. Koliko je u toj školi ukupno učenika?
- 462.** Cijena neke robe prvo je povećana 5 %, a zatim snižena 3 %. Nakon obje promjene cijena je bila 2037 kuna. Koliko je bila cijena na početku?
- 463.** Cijena neke robe povisi se za 25 %. Za koliko bi postotaka trebalo umanjiti novu cijenu da bi se vratila na staro?
- 464.** Trgovina je na nekoj robi zaradila 18 % prodavši je za 245440 kuna. Koliko je trgovina platila robu, a koliko je zaradila?
- 465.** Prodajući robu za 16324 kn trgovina zaradi 924 kn. Koliko je zaradila u postocima, u odnosu na uloženi novac?
- 466.** Erin vodi sate ashtanga joge u rekreacijskom centru. Kako bi se bolje pripremila za satove, Erin je proučila čime se njezini učenici bave u životu. Njih 8 bavi se glumom, 5 je plesača, 7 menadžera, 12 umirovljenika, 11 studenata, 3 nezaposlena i 3 učitelja. Izrazite u postocima udjele pojedinih zanimanja te ih prikazite grafički.
- 467.** Hana mora naručiti boje za kosu za svoj frizerski salon. Prema najnovijem istraživanju časopisa "HAIRevolution" ljudi najčešće boje kosu u plavu boju (njih $\frac{1}{3}$), zatim u smeđu (njih $\frac{2}{7}$), crnu ($\frac{1}{6}$), crvenu (10 %), ljubičastu ($\frac{1}{13}$) te zelenu (4 %). Hanin salon u prosjeku dnevno posjeti 42 ljudi, od kojih svaki treći boji kosu. Za jedno bojenje kose potrebna je polovica tube boje. Koju količinu pojedine boje Hana treba naručiti kako bi ih imala dovoljno za naredna dva mjeseca (48 radnih dana).
- 468.** Kada je Marko krenuo u prvi razred osnovne škole, na testiranjima su izmjerili da je on sa svojih 130 cm najviši u razredu. Bio je jako ponosan zbog toga. Do drugog razreda, Markova visina se povećala za 8 %, od drugog do trećeg za 7 %, a od trećeg do četvrtog za još 7 %. Koliko je Marko bio visok u četvrtom razredu? Koliki je to porast u postocima u odnosu na početak školovanja?
- 469.** Mislav je za ljeto odlučio kupiti dvije majice i jedne hlače. Međutim, Mislav ima samo 400 kn, a u dućanu majice koštaju 120 kn, a hlače 200 kn. Stoga je Mislav odlučio pričekati sniženja. Mjesec dana kasnije krenula su sniženja po dućanima. U *Galaxyju* je odjeća na akciji 2+1 (2

komada plaćate, a treći, najjeftiniji, dobivate besplatno). U *Nooku* su cijene najprije spuštene za 20 %, a zatim za još 15 % na ranije spuštenu cijenu. U *Nexusu*, najprije su spustili cijene za 10 %, a zatim za još 25 % na ranije spuštenu cijenu. U kojem dućanu se Mislavu najviše isplati kupiti hlače i majice za ljeto?

470. Krafne su prije sniženja koštale 3 kn. Cijena im je najprije snižena za 10 %, a zatim za još 30 %. Koliko su krafne ukupno snižene (u postocima) u odnosu na početnu cijenu?
471. U Hrvatskoj se godišnje proizvede 1232 t pekmeza od šljiva, 989 t pekmeza od marelica, 832 t pekmeza od miješanoga voća, 472 t pekmeza od jagoda, 421 t pekmeza od smokava i 385 t pekmeza od višanja. Izračunajte udio pojedine vrste pekmeza u hrvatskoj industriji pekmeza te grafički prikazite podatke.
472. U jezerima i rijekama na zemaljskoj kugli sadržano je 176400 km³ vode. Međutim, jezera i rijeke čine samo 0.7 % ukupne količine vode na kopnu (ne računajući trajni led). Odredite kolika je ukupna količina vode na kopnu (bez trajnoga leda).
473. U Smoothie baru rade napitak od 1 dl jogurta, 0.7 dl soka od limuna i 0.1 dl agavinog sirupa. Ako jogurt ima s 3.2 % udjela masti, koliki je udio masti u tom napitku?
474. Ako je majica prije sniženja od 20 % koštala 140 kn, koliko će koštati nakon sniženja?
475. U razredu ima 25 učenika. Od toga je 12 % ljevaka. Koliko u razredu ima ljevaka?
476. Karin je prvog dana pročitala 30 % knjige za ispit. Ako je pročitala 168 stranica, koliko stranica ima čitava knjiga?
477. Josip je po povratku iz dućana ustanovio da mu je račun poderan. Preostao mu je samo dio na kojem je pisao iznos poreza na dodanu vrijednost, koji je 25 %. Ako je porez iznosio 36 kn, koliko je iznosio ukupni račun?
478. Godišnji kamatnjak na oročenu štednju je 4 %. Ako oročimo 12345 kn na godinu dana, koliku ćemo kamatu dobiti? S kojom svotom novca ćemo tada raspolagati? Koliko bismo novca imali da smo oročili na dvije godine?

6. REALNI BROJEVI

- 479.** Prve godine farmer je imao 37 kunića, a druge godine 52 kunića. Koliki je u postocima godišnji prirast broja kunića? Koliko može očekivati da će imati kunića treće godine? Izrazite broj kunića druge i treće godine kao postotak početnoga broja kunića.
- 480.** Prebrojite koliko u učionici ima studenata pojedine boje kose. Izrazite u postocima njihove udjele i prikazite podatke grafički.
- 481.** Na lokalnim izborima stranke su ostvarile sljedeći broj glasova: RZRZ 213, BZVZ 78, TBLG 140, a još 32 glasa bila su nevažeća. Izrazite rezultate izbora u postocima. Ukoliko općinsko vijeće broji 18 članova, koliko možemo očekivati da će pojedina stranka dobiti zastupnika?
- 482.** U Fakultetskom vijeću je 76 nastavnika. Prema Statutu fakulteta predstavnici studenata moraju činiti barem 10 % sastava Fakultetskog vijeća. Koliko predstavnika studenti trebaju izabrati?
- 483.** Sanja je prije poslovne večere popila 1 malo pivo. Večeru je otvorila s rakijom od rogača. Nakon toga pojela je juhu od buča. Kao toplo predjelo uzela je kuhane zagorske štrukle sa špekom i vrhnjem, uz koje je popila čašu zelenog silvanca. Za glavno jelo serviran joj je ramstek u umaku od pršuta i kadulje na podlozi od kukuruznoga pudinga s rikolom. Uz glavno jelo popila je čašu plavca malog. Kako više nije bila gladna, nije uzela desert, već je samo popila čašu konjaka. Koliko je alkohola Sanja popila tu večer? (Uputa: procijenite ili potražite podatke o udjelima alkohola u pojedinim pićima.)
- 484.** U menzi vas danas očekuju kotleti s restanim krumpirom i kuhanim graškom. Koliki je u tom obroku udio proteina, masti i ugljikohidrata? (Uputa: procijenite ili potražite podatke o veličinama porcija te o udjelima proteina, masti i ugljikohidrata u pojedinim obrocima.)

7

Kompleksni brojevi

485. Izračunajte:

(a) $(2 - 3i) + (1 + 5i)$

(b) $(4 - i) - 3i$

(c) $(10 + 2i) + (4 - 5i)$

(d) $(2 - 3i) \cdot (1 + 5i)$

(e) $(4 - i) \cdot 3i$

(f) $(10 + 2i) \cdot (4 - 5i)$

(g) $\overline{2 - 3i}, \overline{11 - 5i}, \overline{4 - i}, \overline{3i}, \overline{10 + 2i}, \overline{-5i}, \overline{17}$

(h) $\frac{2 - 3i}{1 + 5i}$

(i) $\frac{4 - i}{-3i}$

(j) $\frac{10 + 2i}{4 - 5i}$

(k) $\frac{2 - i}{-3i} + \frac{1 + i}{2 + i}$

(l) $\frac{(3 + 2i)(1 - 3i)}{(2 + 5i)(3 + i)}$

(m) $|2 - 3i|, |7 + 5i|, |4 - i|, |3i|, |10 + 2i|, |-5i|, |17|.$

486. Geometrijski predočite u kompleksnoj ravnini brojeve:

(a) $2 - 3i, 1 + 5i, (2 - 3i) + (1 + 5i)$

(b) $4 - i, 3i, (4 - i) - 3i$

7. KOMPLEKSNI BROJEVI

$$(c) 10 + 2i, 4 - 5i, (10 + 2i) + (4 - 5i).$$

487. Izračunajte:

a) $(\sqrt{2} - i)^3$

b) $(\sqrt{3} + i)^3$

c) $(1 + i\sqrt{3})^3$

d) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)^3$

e) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)^3$.

488. Izračunajte:

a) $\frac{2 + i}{1 - i}$

b) $\frac{i}{\sqrt{2} + i}$

c) $\frac{3 + i}{3 - i} - \frac{3 - i}{3 + i}$.

489. Ako je $z_1 = 3 - i$, $z_2 = 1 - 3i$, izračunajte $z_1^2 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2^2$.

490. Ako je $z_1 = 3 + i$, $z_2 = 1 - 3i$, izračunajte $(\bar{z}_1 z_2^2 + z_1^2 \bar{z}_2)^2$.

491. Ako je $z_1 = \frac{1}{1 - i}$, $z_2 = 2 + i$, izračunajte $z_1 z_2 - z_1^2 \bar{z}_2$.

492. Ako je $z = \frac{\sqrt{2} - i}{1 - i}$, izračunajte imaginarni dio od \bar{z} .

493. Ako je $z = \frac{3 + 4i}{4 - 3i}$, izračunajte $z^3 + z^2 + z + \bar{z}$.

494. Izračunajte:

$$(1 + i\sqrt{3})^3 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}\right)^{-2}.$$

495. Izračunajte:

a) $\frac{i + i^{2006}}{i - i^{2006}}$

-
- b) $\left(\frac{i^{303} + 1}{i^{303} + 1}\right)^{303}$
 c) $\left(\frac{i^{101}}{i^{202} + i^{303}}\right)^{404}$
 d) $\left(i^{505} + \frac{1}{i^{505}}\right)^{505}$.

496. Izračunajte modul kompleksnoga broja:

- a) $z = \frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i}$
 b) $z = \frac{1 - i}{1 + i} + 3 + 5i$
 c) $z = \frac{i}{1 + i} + \left(\frac{1 - i}{1 + i}\right)^2$
 d) $z = \left(\frac{1 + 3i}{1 - i}\right)^3 + \frac{1 - 3i}{1 + i}$.

497. Dokažite da je $\frac{z + \bar{z}}{1 + z\bar{z}}$ realan broj za svaki $z \in \mathbb{C}$.

498. Za koji realan broj a je realni dio kompleksnoga broja $z = \frac{a + 2i}{1 - i}$ jednak 1?

499. Za koji realan broj b je imaginarni dio kompleksnoga broja $z = \frac{1 - bi}{1 + i}$ jednak 0?

500. Za koji realan broj x je imaginarni dio kompleksnoga broja

$$z = \frac{2x + i^{2006}}{x - i} + 2x - i^{2007} \text{ jednak 1?}$$

501. Ako je $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$, odredite realni dio kompleksnoga broja $z^2 + 3z - \frac{1}{i}$.

502. Izračunajte:

$$i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{98} + i^{99}.$$

503. Odredite realne brojeve x i y iz jednakosti:

a) $x + (x - 2y)i = 3 + i$

7. KOMPLEKSNI BROJEVI

b) $(3 - i)x - (3 + i)y = i$

c) $(4 - 3i)x - (2 - 5i)y = 7.$

504. Riješite kompleksnu jednađbu $z^6 - 1 = 0$ i skicirajte skup rješenja u kompleksnoj ravnini.

505. Riješite kompleksne jednađbe i skicirajte skup rješenja u kompleksnoj ravnini:

a) $|z + 1| + z + i = 0$

b) $|z| + z = 2 + i$

c) $Re(z^2) = 0$

d) $|z - 1| = 1$

e) $Re\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1}{2}.$

506. Geometrijski predočite rješenja jednađbi:

(a) $|z - 2| \leq 2$

(b) $|z + 1| = |z - 5|$

(c) $|z + 2| = |z - 2i|$

(d) $|z - 1 + i| = 1.$

507. Odredite trigonometrijski zapis kompleksnih brojeva

(a) $-1 - i$

(b) $2 - 2i$

(c) $-\sqrt{3} + 3i$

(d) -2

(e) 7

(f) $12i$

(g) $-7i$

(h) $2\sqrt{3} + 2i.$

508. Odredite kompleksne brojeve z takve da je

(a) $|z| = 1, \arg(z) = \frac{\pi}{3}$

(b) $|z| = 2, \arg(z) = \frac{2\pi}{3}$

-
- (c) $|z| = 1, \arg(z) = \frac{\pi}{6}$
(d) $|z| = 2, \arg(z) = \frac{11\pi}{6}$
(e) $|z| = 1, \arg(z) = \frac{4\pi}{3}$
(f) $|z| = 2, \arg(z) = \frac{5\pi}{3}$
(g) $|z| = 1, \arg(z) = \frac{\pi}{2}$
(h) $|z| = 2, \arg(z) = \frac{3\pi}{2}$
(i) $|z| = 1, \arg(z) = \frac{5\pi}{6}$
(j) $|z| = 2, \arg(z) = \frac{7\pi}{6}$
(k) $|z| = 1, \arg(z) = \frac{\pi}{4}$
(l) $|z| = 2, \arg(z) = \frac{5\pi}{4}$
(m) $|z| = 1, \arg(z) = \pi$
(n) $|z| = 2, \arg(z) = 0.$

509. Pomoću trigonometrijskoga zapisa izračunajte:

- (a) $(2 - 3i) \cdot (1 + 5i)$
(b) $(4 - i) \cdot 3i$
(c) $(10 + 2i) \cdot (4 - 5i).$

Prikažite brojeve u kompleksnoj ravnini te usporedite rješenja s rješenjima iz 485. zadatka.

510. Izračunajte:

- (a) $\left(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^5$
(b) $(-1 + i)^5$
(c) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right)^3$

$$(d) \left(-\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i \right)^3.$$

511. Izračunajte:

(a) $\sqrt[3]{-8}$

(b) $\sqrt[3]{-125}$

(c) $\sqrt[5]{32i}$

(d) $\sqrt[4]{-16i}$

(e) $\sqrt[3]{27}$

(f) $\sqrt[4]{-3 - i\sqrt{3}}$

(g) $\sqrt[3]{4 + 4i}$

(h) $\sqrt[3]{-8 + 8i}$

(i) $\sqrt[4]{1 - i\sqrt{3}}$.

8

Osnovne algebarske strukture

512. Izračunajte $(1 \circ 2) \circ 3$ ako je $a \circ b = 2a + b^2$.

513. Je li operacija iz prethodnoga zadatka komutativna?

514. Na skupu cijelih brojeva \mathbb{Z} definirana je operacija “ \circ ” na sljedeći način:

$$a \circ b = a + b - a^2b.$$

Je li ova operacija komutativna? Je li skup prirodnih brojeva \mathbb{N} zatvoren u odnosu na ovako definiranu operaciju?

515. Je li operacija “ \circ ” definirana s

$$a \circ b = \frac{a + b}{2}$$

asocijativna?

516. Ispitajte je li operacija “ \circ ” definirana na skupu \mathbb{Z} formulom

$$a \circ b = a + b + 1$$

asocijativna.

517. Je li skup $S = \{-1, 0, 1\}$ zatvoren u odnosu na standardno zbrajanje? Je li skup S zatvoren u odnosu na standardno množenje?

518. Nađite podskup skupa cijelih brojeva koji je zatvoren u odnosu na operaciju zbrajanja, ali nije zatvoren u odnosu na operaciju množenja.

519. Neka je S neprazan skup i $\mathcal{P}(S)$ skup svih podskupova od S . Jesu li operacije unije i presjeka skupova algebarske operacije na skupu $\mathcal{P}(S)$? Postoje li neutralni elementi za te operacije?

520. Dokažite da je skup parnih cijelih brojeva komutativna grupa u odnosu na operaciju zbrajanja.

521. U skupu \mathbb{Z} definirana je binarna operacija “ \circ ” na sljedeći način:

$$x \circ y = 2xy + x.$$

(a) Izračunajte $(3 \circ (-1)) \circ 4$.

(b) Odredite $x \in \mathbb{Z}$ tako da vrijedi $x \circ (-4) = 7 \circ (-2)$.

522. U skupu \mathbb{Z} definirana je binarna operacija “ \circ ” na sljedeći način:

$$x \circ y = x + 3y - 2.$$

(a) Izračunajte $((-2) \circ 4) \circ 6$.

(b) Odredite $y \in \mathbb{Z}$ tako da vrijedi $3 \circ y = (-6) \circ 5$.

523. Zadan je skup $A = \{2n + 1 : n \in \mathbb{Z}\}$. Jesu li standardno zbrajanje i standardno množenje algebarske operacije u skupu A ? Obrazložite odgovor.

524. Zadan je skup $B = \{2n : n \in \mathbb{Z}\}$. Jesu li standardno zbrajanje i standardno množenje algebarske operacije u skupu B ? Obrazložite odgovor.

525. Zadan je skup $A = \{-1, 1, -i, i\}$, gdje je $i = \sqrt{-1}$. Pokažite da je skup A zatvoren u odnosu na standardno množenje.

526. U skupu prirodnih brojeva \mathbb{N} definirana je operacija “ \circ ” na sljedeći način:

$$m \circ n = m^n.$$

(a) Pokažite da je “ \circ ” algebarska operacija u skupu \mathbb{N} .

(b) Je li operacija “ \circ ” komutativna? Obrazložite odgovor.

(c) Je li operacija “ \circ ” asocijativna? Obrazložite odgovor.

527. U skupu $\mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$ definirana je operacija “ \circ ” na sljedeći način:

$$x \circ y = \sqrt{xy}.$$

(a) Pokažite da je “ \circ ” algebarska operacija u skupu \mathbb{R}^+ .

(b) Je li operacija “ \circ ” komutativna? Obrazložite odgovor.

(c) Je li operacija “ \circ ” asocijativna? Obrazložite odgovor.

528. Zadan je skup

$$A = \{x + y\sqrt{2} : x, y \in \mathbb{Q}\}.$$

Dokažite da je skup A uz operaciju standardnoga zbrajanja komutativna grupa.

529. Zadan je skup

$$A' = \{x + y\sqrt{2} : x, y \in \mathbb{Q}, x \neq 0 \vee y \neq 0\}.$$

Dokažite da je skup A' uz operaciju standardnoga množenja komutativna grupa.

530. Zadane su funkcije

$$f_1(x) = x, \quad f_2(x) = -x, \quad f_3(x) = \frac{1}{x}, \quad f_4(x) = -\frac{1}{x}.$$

Neka je $S = \{f_1, f_2, f_3, f_4\}$. Dokažite da je skup S uz operaciju komponiranja funkcija grupa.

531. U skupu cijelih brojeva \mathbb{Z} zadana je operacija “ \circ ” na sljedeći način:

$$a \circ b = a + b + ab.$$

Dokažite da je (\mathbb{Z}, \circ) monoid, ali nije grupa.

532. U skupu cijelih brojeva \mathbb{Z} zadana je operacija “ \circ ” na sljedeći način:

$$a \circ b = a + b + 1.$$

Dokažite da je (\mathbb{Z}, \circ) komutativna grupa.

533. Zadan je skup

$$S = \{(a, b) : a, b \in \mathbb{Q}, a \neq 0\}.$$

U skupu S definirana je operacija “ \star ” na sljedeći način:

$$(a, b) \star (c, d) = (ac, bc + c + d).$$

Dokažite da je (S, \star) grupa.

534. U skupu cijelih brojeva \mathbb{Z} zadana je operacija “ \circ ” na sljedeći način:

$$a \circ b = 2a + 2b - ab + 2.$$

Je li operacija “ \circ ” asocijativna? Dokažite.

535. Zadan je skup $A = \{2,3,4\}$. Napišite tablicu algebarske operacije “ \star ” u skupu A ako je poznato sljedeće:

- (a) $2 \star 4 = 2$
- (b) neutralni element je 3
- (c) operacija “ \star ” je komutativna
- (d) svaki element skupa A je sam sebi inverzan.

536. Zadan je skup $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ i na njemu operacija “ \star ” formulom

$$x \star y = xy - x - y + 1.$$

Je li skup B zatvoren u odnosu na operaciju “ \star ”? Obrazložite odgovor.

537. U skupu realnih brojeva \mathbb{R} definirana je operacija “ \circ ” na sljedeći način:

$$x \circ y = 2x - y - 3.$$

- (a) Izračunajte $2 \circ (4 \circ (-1))$.
- (b) Je li operacija “ \circ ” komutativna? Obrazložite odgovor.
- (c) Je li operacija “ \circ ” asocijativna? Obrazložite odgovor.

538. U skupu realnih brojeva \mathbb{R} definirana je operacija “ \circ ” na sljedeći način:

$$x \circ y = x + y - xy.$$

- (a) Izračunajte $1 \circ (5 \circ (-3))$.
- (b) Je li operacija “ \circ ” komutativna? Obrazložite odgovor.
- (c) Je li operacija “ \circ ” asocijativna? Obrazložite odgovor.

539. U skupu prirodnih brojeva \mathbb{N} definirana je operacija “ \circ ” na sljedeći način:

$$a \circ b = a - ab^2.$$

- (a) Je li operacija “ \circ ” algebarska operacija u skupu \mathbb{N} ? Obrazložite odgovor.
- (b) Je li operacija “ \circ ” komutativna? Obrazložite odgovor.

540. U skupu prirodnih brojeva \mathbb{N} definirana je operacija “ \circ ” na sljedeći način:

$$a \circ b = \frac{a+b}{a}.$$

- (a) Je li operacija “ \circ ” algebarska operacija u skupu \mathbb{N} ? Obrazložite odgovor.
- (b) Je li operacija “ \circ ” komutativna? Obrazložite odgovor.

9

Funkcije

9.1 Relacije

541. Na skupu $S = \{1,2,3,4,5\}$ dane su relacije

(a) $\rho = \{(1,1), (1,4), (2,2), (2,5), (3,3), (4,1), (4,4), (5,2), (5,5)\}$

(b) $\sigma = \{(1,1), (1,2), (1,5), (2,2), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (4,4), (5,5)\}$

(c) $\delta = \{(1,1), (1,5), (2,2), (2,3), (2,4), (3,2), (3,3), (3,4), (4,2), (4,3), (4,4), (5,1), (5,5)\}$

(d) $\eta = \{(1,1), (1,5), (2,2), (2,4), (3,3), (3,5), (4,1), (4,3), (4,4), (5,5)\}$

(e) $\theta = \{(1,1), (1,5), (2,2), (2,5), (3,3), (3,4), (4,3), (4,4), (5,1), (5,2), (5,5)\}$

(f) $\nu = \{(2,1), (3,1), (4,1), (4,2), (4,3)\}$

(g) $\kappa = \{(1,1), (1,2), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,4), (3,3), (4,1), (4,2), (4,4), (5,1), (5,5)\}$

(h) $\epsilon = \{(1,1), (1,4), (2,2), (2,4), (3,2), (3,4), (5,2), (5,4), (5,5)\}$

(i) $\alpha = \{(1,1), (1,2), (1,5), (2,1), (2,2), (2,5), (3,3), (3,4), (4,3), (4,4), (5,1), (5,2), (5,5)\}$

(j) $\beta = \{(1,1), (2,2), (2,3), (2,5), (3,1), (3,3), (3,5), (4,1), (4,3), (4,4), (4,5), (5,1), (5,5)\}$.

Grafički prikazite te relacije te im ispitajte svojstva.

542. Neka je ρ binarna relacija na skupu \mathbb{N}^2 definirana s

$$(a,b)\rho(c,d) \Leftrightarrow a + d = b + c.$$

Ispitajte svojstva relacije ρ . Kako se naziva takva relacija? (Napomena: ρ je relacija među uređenim parovima prirodnih brojeva, tj. $\rho \subset (\mathbb{N}^2)^2$!)

543. Neka je ρ binarna relacija na skupu \mathbb{N}^2 definirana s

$$(a,b)\rho(c,d) \Leftrightarrow a < c \text{ ili } (a = c \text{ i } b \leq d)$$

Ispitajte svojstva relacije ρ . Nacrtajte relaciju ρ' koja je definirana istim izrazom, ali na skupu $\{1,2,3,4,5\}^2$.

544. Neka je ρ binarna relacija na skupu \mathbb{N}^2 definirana s

$$(a,b)\rho(c,d) \Leftrightarrow a \leq c \text{ i } b \leq d.$$

Ispitajte svojstva relacije ρ . Nacrtajte relaciju ρ' koja je definirana istim izrazom, ali na skupu $\{1,2,3,4,5\}^2$.

545. Zadani su skupovi

$$A = \{x \in \mathbb{Z} : -3 \leq x \leq 3\}, \quad B = \{y \in \mathbb{Z} : -3 \leq y \leq 3\}.$$

Prikažite grafički binarnu relaciju $\rho = \{(x,y) \in A \times B : x^2 = y^2\}$ i odredite joj domenu i sliku.

546. Zadani su skupovi

$$A = \{x \in \mathbb{Z} : -2 \leq x \leq 5\}, \quad B = \{y \in \mathbb{Z} : -1 \leq y \leq 3\}.$$

Prikažite grafički binarnu relaciju $\rho = \{(x,y) \in A \times B : x = 2y\}$ i odredite joj domenu i sliku.

547. U skupu cijelih brojeva \mathbb{Z} zadana je relacija ρ na sljedeći način:

$$x \rho y \Leftrightarrow x - y \text{ je paran broj.}$$

Dokažite da je ρ relacija ekvivalencije.

548. Je li relacija “biti podskup” na skupu svih podskupova skupa \mathbb{N} relacija ekvivalencije? Ispitajte njena svojstva i obrazložite svoj odgovor.

549. U skupu $S = \{2,4,5,6,8,9,12\}$ zadana je relacija ρ na sljedeći način:

$$x \rho y \Leftrightarrow x|y, \quad x, y \in S.$$

Ispišite elemente relacije ρ i nacrtajte njezin graf.

550. Ispišite elemente relacije $\rho = \{(x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : x + y = 10\}$ i nacrtajte njezin graf.

551. Ispišite elemente relacije $\rho = \{(x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : x < 5 \ \& \ y < 3\}$ i nacrtajte njezin graf.

552. Ispišite elemente relacije $\rho = \{(x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : x + 2y = 17\}$ i nacrtajte njezin graf.

553. U koordinatnoj ravnini skicirajte relaciju

$$\rho = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x > 1 \ \& \ y > 1\}.$$

554. Zadan je skup $S = \{x \in \mathbb{N} : 3 \leq x < 10\}$. Na skupu S zadana je relacija

$$\rho = \{(x,y) \in S \times S : 2x + y > 20\}.$$

Ispišite relaciju ρ te joj odredite domenu i sliku.

555. Zadani su skupovi

$$A = \{x \in \mathbb{R} : -3 \leq x \leq 3\}, \quad B = \{y \in \mathbb{R} : -5 \leq y \leq 5\}.$$

Prikažite grafički binarnu relaciju $\rho = \{(x,y) \in A \times B : y = 2x\}$ i odredite joj domenu i sliku.

556. Zadani su skupovi

$$A = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 5\}, \quad B = \{y \in \mathbb{R} : 0 \leq y \leq 5\}.$$

Prikažite grafički binarnu relaciju $\rho = \{(x,y) \in A \times B : y = \sqrt{x}\}$ i odredite joj domenu i sliku.

557. U skupu realnih brojeva \mathbb{R} definirana je relacija ρ na sljedeći način:

$$x \rho y \Leftrightarrow (x > 0 \ \& \ y > 0).$$

Skicirajte ovu relaciju u koordinatnoj ravnini. Je li ova relacija refleksivna, simetrična, tranzitivna? Obrazložite odgovor.

558. Ispišite sve elemente relacije

$$\rho = \{(x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : x < 5 \ \& \ y < 5 \ \& \ x + y > 3\}.$$

Odredite domenu i sliku relacije ρ . Prikažite relaciju ρ grafički.

559. Zadani su skupovi:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} : -5 \leq x \leq 5\}$$

$$B = \{y \in \mathbb{Z} : -5 \leq y \leq 5\}.$$

Prikažite grafički binarnu relaciju

$$\rho = \{(x,y) \in A \times B : y = 2x\}$$

te joj odredite domenu i sliku.

560. U skupu $S = \{a,b,c\}$ definirana je relacija

$$\rho = \{(a,a),(a,b),(b,a),(b,b),(b,c),(c,b),(c,c)\}.$$

Grafički prikažite relaciju ρ u pravokutnoj mreži i ispitajte je li relacija ρ refleksivna, simetrična i tranzitivna.

561. U skupu svih uređenih parova prirodnih brojeva definirana je relacija ρ na sljedeći način:

$$(a,b) \rho (c,d) \Leftrightarrow a + d = b + c.$$

Pokažite da je ρ relacija ekvivalencije.

562. U skupu prirodnih brojeva \mathbb{N} definirana je relacija ρ na sljedeći način:

$$x \rho y \Leftrightarrow x + y = 12.$$

Grafički prikažite ovu relaciju u koordinatnoj ravnini. Je li ova relacija refleksivna, simetrična, tranzitivna? Obrazložite odgovor.

563. U skupu $A = \{x \in \mathbb{Z} : -5 \leq x \leq 5\}$ definirana je relacija ρ na sljedeći način:

$$x \rho y \Leftrightarrow x \text{ i } y \text{ pri dijeljenju s } 3 \text{ daju isti ostatak.}$$

Ispišite elemente relacije ρ i nacrtajte njezin graf.

564. U skupu svih uređenih parova cijelih brojeva definirana je relacija ρ na sljedeći način:

$$(a,b) \rho (c,d) \Leftrightarrow a + d + 2ad = b + c + 2bc.$$

Pokažite da je relacija ρ refleksivna i simetrična.

9.2 Nizovi

565. Promotrite nizove

$$\circ, \triangle, \triangle, \blacksquare, \circ, \triangle, \triangle, \blacksquare, \circ \quad (9.1)$$

$$a, b, b, a, a, b, b, a, a, b \quad (9.2)$$

$$2, 4, 6, 8, 10 \quad (9.3)$$

$$4, 7, 10, 13, 16 \quad (9.4)$$

$$17, 13, 9, 5, 1 \quad (9.5)$$

$$1, 2, 4, 8, 16 \quad (9.6)$$

$$7, 21, 63, 189, 567 \quad (9.7)$$

- (a) Koji je sljedeći član niza?
- (b) Opišite pravilo po kojem se niz formira?
- (c) Koji je 20. član niza? A 99.?
- (d) Algebarski formulirajte pravilo (ako je to moguće).

566. Promotrite niz

$$\triangle, \blacksquare, \blacksquare, \heartsuit, \clubsuit, \triangle, \blacksquare, \blacksquare, \heartsuit, \clubsuit, \triangle, \blacksquare, \dots$$

- (a) Koji je sljedeći član niza?
- (b) Opišite pravilo po kojem se niz formira?
- (c) Koji je 20. član niza? A 99.?

567. Promotrite niz

$$b, a, b, b, a, b, a, b, b, a, b, a, b, b, \dots$$

- (a) Koji je sljedeći član niza?
- (b) Opišite pravilo po kojem se niz formira?
- (c) Koji je 20. član niza? A 99.?

568. Promotrite niz

$$-2, 1, 4, 7, 10, \dots$$

- (a) Koji je sljedeći član niza?
- (b) Opišite pravilo po kojem se niz formira?
- (c) Koji je 20. član niza? A 99.?

9. FUNKCIJE

- (d) Algebarski formulirajte pravilo po kojem se formiraju članovi niza.
- (e) Prikažite grafički članove niza. Što primjećujete?

569. Promotrite niz

$$57, 53, 49, 45, 41, \dots$$

- (a) Koji je sljedeći član niza?
- (b) Opišite pravilo po kojem se niz formira?
- (c) Koji je 20. član niza? A 99.?
- (d) Algebarski formulirajte pravilo po kojem se formiraju članovi niza.
- (e) Prikažite grafički članove niza. Što primjećujete?

570. Promotrite niz

$$47, 44, 41, 38, 35, \dots$$

- (a) Koji je sljedeći član niza?
- (b) Opišite pravilo po kojem se niz formira?
- (c) Koji je 10. član niza?
- (d) Algebarski formulirajte pravilo po kojem se formiraju članovi niza.
- (e) Prikažite grafički članove niza. Kojoj funkciji odgovara taj graf?

571. Zapišite jedan aritmetički niz sa zajedničkom razlikom -2 . Koji je 125. član tog niza?

572. Zapišite jedan aritmetički niz sa zajedničkom razlikom -6 . Koji je 87. član tog niza?

573. Zapišite aritmetički niz koji počinje s -5 i ima zajedničku razliku 3.

574. Zapišite aritmetički niz koji počinje s 3 i ima zajedničku razliku 5.

575. Koliko članova ima u aritmetičkom nizu

$$5, 8, 11, 14, \dots, 122.$$

576. Koliko članova ima u aritmetičkom nizu

$$4, 8, 12, 16, \dots, 124.$$

577. (a) Izračunajte zbroj prvih pedeset prirodnih brojeva

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 48 + 49 + 50?$$

- (b) Možete li naći opću formulu koja će vam za bilo koji prirodan broj n davati zbroj prvih n prirodnih brojeva?

578. (a) Izračunajte zbroj geometrijskoga reda

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

- (b) Izračunajte zbroj geometrijskoga reda

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \frac{1}{81} - \dots$$

- (c) Izračunajte zbroj

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots$$

- (d) Izračunajte zbroj

$$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \dots$$

579. Promotrite niz

$$1, 5, 9, 13, 17, \dots, 65.$$

Što primjećujete? U čemu je taj niz sličan onome iz 576. zadatka? U čemu se razlikuju?

580. Promotrite niz

$$2, 6, 18, 54, 162, \dots$$

- (a) Koji je sljedeći član niza?
 (b) Opišite pravilo po kojem se niz formira?
 (c) Koji je 10. član niza?
 (d) Algebarski formulirajte pravilo po kojem se formiraju članovi niza.
 (e) Prikažite grafički članove niza. Što primjećujete?

581. Promotrite niz

$$80, 40, 20, 10, 5, \dots$$

- (a) Koji je sljedeći član niza?
 (b) Opišite pravilo po kojem se niz formira?
 (c) Koji je 10. član niza?

9. FUNKCIJE

- (d) Algebarski formulirajte pravilo po kojem se formiraju članovi niza.
- (e) Prikažite grafički članove niza. Što primjećujete?

582. Promotrite niz

6, 18, 54, 162, 486, ...

- (a) Koji je sljedeći član niza?
- (b) Opišite pravilo po kojem se niz formira?
- (c) Koji je 10. član niza?
- (d) Algebarski formulirajte pravilo po kojem se formiraju članovi niza.
- (e) Prikažite grafički članove niza. Kojoj funkciji odgovara taj graf?

583. Promotrite niz

6, 12, 24, 48, 96, ...

- (a) Koji je sljedeći član niza?
- (b) Opišite pravilo po kojem se niz formira?
- (c) Koji je 10. član niza?
- (d) Algebarski formulirajte pravilo po kojem se formiraju članovi niza.
- (e) Prikažite grafički članove niza. Kojoj funkciji odgovara taj graf?

584. Promotrite niz

2, 4, 6, 4, 6, 2, 4, 6, ...

- (a) Koji je sljedeći član niza?
- (b) Opišite pravilo po kojem se niz formira? Možete li ga algebarski formulirati?
- (c) Koji je 10. član niza? A 88.?
- (d) Prikažite grafički članove niza. Što primjećujete?

585. Promotrite niz

1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, ...

- (a) Koji je sljedeći član niza?
- (b) Opišite pravilo po kojem se niz formira? Možete li ga algebarski formulirati?
- (c) Koji je 8. član niza?

586. Promotrite niz

2, 3, 5, 8, 12, 17, 23, 30, ...

- (a) Koji je sljedeći član niza?
- (b) Opišite pravilo po kojem se niz formira? Možete li ga algebarski formulirati?
- (c) Prikažite grafički članove niza. Što primjećujete?

587. Promotrite niz

2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

- (a) Koji je sljedeći član niza?
- (b) Opišite pravilo po kojem se niz formira? Možete li ga algebarski formulirati?
- (c) Prikažite grafički članove niza. Što primjećujete?

588. Promotrite niz

1, 2, 5, 10, 17, 26, 37, ...

- (a) Koji je sljedeći član niza?
- (b) Opišite pravilo po kojem se niz formira? Možete li ga algebarski formulirati?
- (c) Koji je 10. član niza?
- (d) Prikažite grafički članove niza. Što primjećujete?

589. Zaposlili ste se u pizzeriji na 14 dana. Ponuđena su vam dva načina zarade:

A: 100 kn	1. dan	B: 1 kn	1. dan
200 kn	2. dan	2 kn	2. dan
300 kn	3. dan	4 kn	3. dan
400 kn	4. dan	8 kn	4. dan
⋮		⋮	

- (a) Koji biste model vi odabrali? Zašto?
- (b) Izračunajte koliko biste novca zaradili po pojedinom modelu obračuna. Koliko ćete ukupno zaraditi?
- (c) Podatke prikažite tablično i grafički.

590. U gradu posluju dva taksi-prijevoznika s različitim tarifnim modelima:

A: 10 kn start	B: 0 kn start
5 kn/km	6 kn/km

- (a) Koja se tarifa više isplati?
 - (b) Je li kod odabira prijevoznika svejedno koliko ćete kilometara putovati?
 - (c) Podatke prikazite tablično i grafički.
- 591.** Birate između dvije pretplate za mobitel. Prema prvom modelu plaćate 60 kn fiksno i 40 lp/min razgovora. U drugom modelu plaćate 50 kn fiksno i 50 lp/min razgovora. Koji ćete model odabrati? Zašto? Prikazite grafički trošak za mobitel prema prvom i drugom modelu.
- 592.** Odlučili ste uložiti 2000 kn u banku. Ponudili su vam dva modela štednje. Prema prvom modelu svaki mjesec dobivate kamatu u iznosu od 6 % uloženog novca. Prema drugom modelu kamata iznosi 5 %, ali se svaki mjesec glavnica uvećava za iznos kamate. Koji model ćete odabrati? Zašto? Za svaki model prikazite grafički količinu novca koju imate u ovisnosti o broju mjeseci koji je protekao.
- 593.** S prijateljem igrate sljedeću igru: počinjete igru sa 100 žetona. U svakom krugu možete odabrati hoćete li dobiti još 100 žetona ili ćete dobiti još četvrtinu od dosadašnje količine žetona. Igra traje 10 krugova, a pobjeđuje onaj tko na kraju ima više žetona.
- (a) Koliko biste žetona imali ako biste u svakom krugu izabrali prvu opciju?
 - (b) Koliko biste žetona imali ako biste u svakom krugu izabrali drugu opciju?
 - (c) Kako trebate igrati da na kraju imate najveći mogući broj žetona?

9.3 Linearna funkcija

- 594.** Odredite jednadžbu pravca koji prolazi točkom $A(1, -3)$ i paralelan je pravcu $2x - 3y + 1 = 0$.
- 595.** Odredite m tako da točka $A(m, 5)$ pripada pravcu $3x + 2y - 4 = 0$.
- 596.** Za koju vrijednost parametra m je pravac $2x + my - 7 = 0$ okomit na pravac $3x - 4y - 1 = 0$?
- 597.** Odredite jednadžbu simetrale dužine \overline{AB} , ako su zadane točke $A(1, 3)$ i $B(-3, 5)$.

598. Odredite jednadžbu pravca koji prolazi točkom $A(2,2)$ i zatvara s pozitivnim dijelom osi x kut od 135° .

599. Odredite segmentni oblik jednadžbi pravaca:

a) $7x - 2y - 14 = 0$

b) $4x - 3y + 8 = 0$,

a zatim te pravce nacrtajte u koordinatnoj ravnini.

600. Odredite jednadžbu pravca koji prolazi točkom $A(6,3)$, a s koordinatnim osima zatvara trokut površine $P = 48$ (kvadratnih jedinica).¹

601. Odredite jednadžbu pravca koji prolazi sjecištem pravaca $x - 4y + 3 = 0$ i $x - 2y - 1 = 0$ i točkom $B(0,1)$.

602. Odredite jednadžbu pravca koji prolazi sjecištem pravaca

$$x - 4y + 3 = 0 \quad \text{i} \quad 7x - 2y - 1 = 0$$

i okomit je na pravac $2x + 4y + 1 = 0$.

603. Riješite linearnu jednadžbu

$$2x - 3 \{2x - 3[2x - 3(2x - 3)]\} = 1.$$

604. Riješite linearnu jednadžbu

$$\frac{b+x}{(a+b)^2} + \frac{2x}{a} - \frac{x-b}{a^2-b^2} - \frac{x+b}{a+b} - \frac{x-b}{a-b} = 0.$$

605. Cijena nekog proizvoda snižena je za 20 %, a zatim je nova cijena snižena za 15 %. Koliko iznosi postotak za koji je snižena početna cijena proizvoda?

606. U jednom razredu 12 % učenika nije riješilo domaću zadaću, 32 % učenika ju je djelomično riješilo, a preostalih 14 učenika potpuno je riješilo zadaću. Koliko u razredu ima učenika?

607. Trgovac je pomiješao 3 kg brašna po cijeni 4.1 kn po kilogramu s 5 kg brašna po cijeni 4.5 kn po kilogramu.

a) Kolika je cijena 1 kg dobivene smjese?

b) Koliko brašna po cijeni 4.5 kn po kilogramu treba pomiješati s 5 kg brašna po cijeni 4.1 kn po kilogramu da bi se dobila smjesa koja će se prodavati po 4.4 kn po kilogramu?

¹Zadatak zahtijeva rješavanje kvadratne jednadžbe!

9. FUNKCIJE

- 608.** Otac ima onoliko godina koliko i obojica sinova zajedno. Prije četiri godine imao je dvaput više od starijega, a prije deset godina triput više od mlađega. Koliko sada godina ima otac, a koliko sinovi?
- 609.** Zbroj znamenaka dvoznamenkastoga broja je 15. Ako znamenke zamijene mjesta, broj se uveća za 9. Koji je to dvoznamenkasti broj?
- 610.** Zbroj znamenaka nekog dvoznamenkastoga broja iznosi 12. Ako se taj broj podijeli znamenkom jedinica, dobije se kvocijent 8 i ostatak 1. Koji je to broj?
- 611.** Prema planu žetva na poljoprivrednom dobru trebala se obaviti za 14 dana. U međuvremenu je norma povišena za 20 hektara na dan i žetva je obavljena za 10 dana. S koliko je hektara pod usjevom raspolagalo to dobro?
- 612.** Ploveći nizvodno parobrod prewali put između dva pristaništa A i B za 5 sati, a uzvodno od B do A za 6 sati. Koliko su udaljena ta dva pristaništa ako brzina toka rijeke iznosi 4 km/h?
- 613.** Koliko 18-karatnog zlata treba pomiješati s bakrom da se dobije 450 g 12-karatnog zlata?
- 614.** Koliko treba naliti vode u 20 litara rakije čija je cijena 9 kn po litri, da bi se smjesa mogla prodavati po 7.2 kn?
- 615.** Kada će se prvi put, nakon 12 sati, velika (minutna) i mala (satna) kazaljka na satu poklopiti?
- 616.** Metodom supstitucije riješite sustav linearnih jednadžbi

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}(x - 1) + \frac{1}{5}(y - 5) &= -1 \\ -2(x - 2) + 6(y + 6) &= 4.\end{aligned}$$

- 617.** Riješite sustav linearnih jednadžbi

$$\begin{aligned}\frac{0.2x - 0.6y + 1.5}{0.3x + 0.4y - 1} &= \frac{1}{8} \\ \frac{x + 2y - 10}{x - y + 1} &= \frac{5}{3}.\end{aligned}$$

618. Riješite sustav linearnih jednadžbi

$$\begin{aligned}a(x + y) + b(x - y) &= 1 \\ a(x - y) + b(x + y) &= 1\end{aligned}$$

uz uvjet $a \neq b$, $a \neq -b$.

619. Za koju vrijednost parametra m sustav linearnih jednadžbi

$$\begin{aligned}6mx - 5y &= 8m \\ 3x - 2y &= 4\end{aligned}$$

ima beskonačno mnogo rješenja?

620. Za koju vrijednost parametra m sustav linearnih jednadžbi

$$\begin{aligned}2x - 3y &= 6 \\ mx + 6y &= 1\end{aligned}$$

nema nijedno rješenje?

9.4 Kvadratna funkcija

621. Nacrtajte u koordinatnoj ravnini grafove funkcija:

- a) $y = 2(x - 1)^2$
- b) $y = 2x^2 - 2$
- c) $y = 2(x - 1)^2 + 4$.

622. Nacrtajte u koordinatnoj ravnini grafove funkcija:

- a) $y = 3x^2 - x - 4$
- b) $y = 2x^2 - 2x + 1$
- c) $y = -x^2 + 3x$.

623. Odredite koordinate tjemena parabola:

- a) $y = 3x^2 + 5x - 2$
- b) $y = 5(x - 2)^2 + 3$
- c) $y = 2(x + 1)^2 + 4(x - 3) + 6$.

624. Odredite jednadžbu parabole kojoj je tjeme u točki $T(0,0)$ i prolazi točkom $A(-1, -3)$.

9. FUNKCIJE

625. Odredite jednadžbu parabole kojoj je tjeme u točki $T(0,6)$ i prolazi točkom $A(1,4)$.

626. Odredite jednadžbu parabole kojoj je tjeme u točki $T(1,0)$ i prolazi točkom $A(2,2)$.

627. Riješite jednadžbu po x :

a) $\frac{a-2x}{2a-x} = \frac{2a-x}{a-2x}$

b) $\frac{ax+b}{a+bx} = \frac{cx+d}{c+dx}$.

628. Riješite jednadžbu:

a) $(x-1)^2 - x(x+1) - 2(x^2-1) = 0$

b) $(x-1)^3 + (2x-1)(x-3) - (x+2)^3 + 3x + 26 = 0$.

629. Riješite kvadratnu jednadžbu:

a) $abx^2 - (a^2 + b^2)x + ab = 0$

b) $9a^2x^2 - 6a^2x + (10a - 25) = 0$.

630. Riješite kvadratnu jednadžbu:

a) $6b^2x^2 - bx(5a - 7b) + (a^2 - 2ab - 3b^2) = 0$

b) $3abx^2 - (3a^2 + 8ab - b^2)x + (2a^2 + 3ab - 2b^2) = 0$.

631. Odredite parametar m u jednadžbi

$$x^2 - (m+1)x + m + 18 = 0$$

tako da jedan korijen bude za 3 veći od drugoga.

632. Zadane su funkcije $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ pravilima pridruživanja:

$$f(x) = 2x - 5, \quad g(x) = 3x^2 - 4x + 2.$$

Odredite skup svih rješenja jednadžbe $f(x) = g(x)$.

633. Riješite sustav jednadžbi:

$$\begin{aligned} x + 2y &= 3 \\ x^2 + 2y^2 &= 5. \end{aligned}$$

634. Riješite sustav jednažbi:

$$\begin{aligned}3x + y &= 2 \\ xy &= -1.\end{aligned}$$

635. Zbroj znamenaka dvoznamenkastoga prirodnog broja jednak je 9, a njihov produkt jednak je 20. Koji je to dvoznamenkasti prirodni broj? Navedite sva rješenja.

636. Odredite skup $T = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 - x - 2 \leq 0\}$.

637. Riješite nejednažbu:

a) $2x^2 - 15x + 22 > 0$
b) $-8x^2 + 63x + 8 \geq 0$.

638. Riješite sustav nejednažbi

$$\begin{aligned}x^2 + x - 6 &\geq 0 \\ -2x^2 - x + 1 &\leq 0.\end{aligned}$$

639. Riješite sustav nejednažbi

$$\begin{aligned}x + 5 &\geq 0 \\ x^2 - x + 1 &> 0.\end{aligned}$$

640. Za koje $m \in \mathbb{R}$ kvadratna jednažba

$$x^2 - mx + 3m - 5 = 0$$

ima dva konjugirano kompleksna rješenja?

641. Riješite jednažbe i nejednažbe u skupu \mathbb{R}

(a) $x^2 - 6x - 7 = 0$
(b) $2x^2 - 3x + 1 = 0$
(c) $x^2 + x - 20 > 0$
(d) $x^2 - 8x + 15 \leq 0$
(e) $2x + 8 \leq x^2$
(f) $2 + x - 2x^2 > 4x^2 + 2x + 3$.

642. Riješite nejednažbe u skupu \mathbb{R}

- (a) $\frac{x-3}{x+2} < 0$
(b) $\frac{4-3x}{x-1} \geq 0$
(c) $\frac{2+x}{x+1} > 1$
(d) $\frac{2-x}{2x+1} > -1$
(e) $\frac{2x+4}{x-5} \leq 3$.

9.5 Polinomi

643. Zadani su polinomi $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5x - 2$ i $g(x) = -3x^3 - 2x + 3$.
Odredite polinome $f + g$, $f - g$, $3f - 2g$ i $f \cdot g$.

644. Izvršite naznačene operacije:

- a) $(3x^4 - 5x^3 + x^2 - 6x + 7) \cdot (x^2 - 2x + 1)$
b) $(x^7 - 1) : (x - 1)$
c) $(x^6 + 1) : (x^2 + 1)$.

645. Podijelite polinome:

- a) $(x^5 - 2x^4 - 15x^3 + 9x^2 - 6x + 1) : (x^2 - 5x + 1)$
b) $(2x^2 - 2 + 29x^3 - 18x^5 - 11x) : (-3x^2 + x + 2)$.

646. Podijelite polinome:

- a) $(3x^6 - 3x^5 - 3x^4 + 3x^3 + x^2 + x) : (x^2 - 1)$
b) $(2x^5 + x^4 + 2x^3 + x - 2) : (x^2 + 1)$.

647. Odredite kvocijent i ostatak pri dijeljenju polinoma

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + x - 1$$

polinomom $g(x) = x + 3$.

648. Odredite polinom $f(x)$ tako da je $f(x+1) = x^2 + 2x + 2$.

649. Ako je $f(x) = x^2 + 2x + 3$, odredite polinom

$$f(x+1) + f(x^2+2) + f(x^3+3).$$

650. Koliki je ostatak pri dijeljenju polinoma $p(x) = x^{200} - 15x + 11$ polinomom $g(x) = 2x - 2$?

651. Odredite parametar a tako da polinom $p(x) = 2x^4 - x^3 - x + a$ bude djeljiv polinomom $g(x) = x + 2$.

652. Euklidovim algoritmom nađite najveću zajedničku mjeru polinoma

$$f(x) = x^3 + 8 \quad \text{i} \quad g(x) = x^4 - 8x^2 + 16.$$

653. Euklidovim algoritmom nađite najveću zajedničku mjeru polinoma

$$f(x) = 9x^3 - 72 \quad \text{i} \quad g(x) = x^3 + x^2 - x - 10.$$

654. Euklidovim algoritmom nađite najveću zajedničku mjeru polinoma

$$f(x) = x^2 - x - 2 \quad \text{i} \quad g(x) = x^3 + 5x^2 + 6x.$$

655. Ako je $f(x + 2) = x^2 + 4x + 5$, odredite $f(x + 1)$.

656. Odredite vrijednosti parametara a i b tako da polinom

$$p(x) = x^4 + x^3 + ax^2 + x + b$$

bude djeljiv s polinomima $q(x) = x - 3$ i $r(x) = x + 5$.

657. Odredite vrijednosti parametara a i b tako da polinom

$$p(x) = 2x^4 + 2x^3 + ax^2 + bx - 3$$

bude djeljiv s polinomom $q(x) = x^2 + x + 3$.

658. Odredite ostatak pri dijeljenju polinoma $p(x) = x^4 + 3x^2 - 2x + 7$ polinomom $q(x) = x + 3$.

659. Za koju vrijednost parametra a je polinom $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + x + a$ djeljiv polinomom $x^2 + x - 1$?

660. Polinom $p(x) = x^2 + ax + 7$ pri dijeljenju s $x + 4$ daje ostatak 3. Koliki je koeficijent a ?

661. Dijeljenjem polinoma $p(x) = x^2 + 2x + 5$ polinomom $q(x)$ dobivamo kvocijent $x + 3$ i ostatak 8. Odredite polinom $q(x)$.

9.6 Kompozicija funkcija

662. Zadane su funkcije $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ pravilima pridruživanja

$$f(x) = \frac{1}{3}x - 5, \quad g(x) = 3x + \frac{1}{5}.$$

Nacrtajte grafove funkcija f i g i odredite kompozicije funkcija $f \circ g$ i $g \circ f$.

663. Zadane su funkcije $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ pravilima pridruživanja

$$f(x) = x + 2, \quad g(x) = 4x - 7.$$

Odredite kompozicije funkcija $h = f \circ g$ i $k = g \circ f$. Postoji li $x \in \mathbb{R}$ takav da je $h(x) = k(x)$?

664. Zadane su funkcije $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ pravilima pridruživanja

$$f(x) = 2x + 3, \quad g(x) = x^2 - 1.$$

Odredite kompozicije funkcija $f \circ g$ i $g \circ f$, te izračunajte $f(1 - g(1))$.

665. Zadane su funkcije $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ pravilima pridruživanja

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 1, \quad g(x) = 2x^2 + x.$$

Odredite kompozicije funkcija $f \circ g$ i $g \circ f$, te izračunajte $g(2 - f(0))$.

666. Zadane su funkcije $f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ pravilima pridruživanja

$$f(x) = 2x - 3, \quad g(x) = x^2 - 2x + 3 \quad \text{i} \quad h(x) = \frac{1}{x^2 + 2}.$$

Pokažite da je

$$f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h.$$

667. Zadane su funkcije $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ pravilima pridruživanja

$$f(x) = -2x + 1 \quad \text{i} \quad g(x) = 5x^2 - 3.$$

Pokažite da je

$$f \circ g \neq g \circ f.$$

668. Zadane su funkcije $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ pravilima pridruživanja

$$f(x) = 2x - 1 \quad \text{i} \quad g(x) = -x + 3.$$

Nacrtajte grafove funkcija

$$f \circ f, \quad f \circ g, \quad g \circ f, \quad g \circ g.$$

669. Odredite kompozicije funkcija $g \circ f$ i $f \circ g$, ako je $f(x) = \frac{2-x}{3x-1}$,
 $g(x) = \frac{x+1}{2x-1}$.

670. Zadani su polinomi $f(x) = 2x^3 - 5x - 2$ i $g(x) = x^2 - 2x$. Odredite polinome $f \circ g$ i $g \circ f$.

671. Izračunajte $f\left(\frac{1}{2}\right)$, ako je $(f \circ g)(x) = \frac{1-x^2}{x^2}$, $x \neq 0$, te $g(x) = 1 - x^2$.

672. Riješite jednadžbu $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$, ako je zadano $f(x) = 5^{1-x}$,
 $g(x) = \log_{0.2}(2x)$.

9.7 Inverzna funkcija

673. Realna funkcija realne varijable zadana je pravilom pridruživanja

$$f(x) = \frac{-3x + 5}{4 - 5x}.$$

Odredite $f^{-1}(0)$ i $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$.

674. Nađite inverznu funkciju funkcije

$$f : x \mapsto \frac{-2x + 1}{5x - 2},$$

i izračunajte $f^{-1}(2 + \sqrt{3})$.

675. Funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana je pravilom pridruživanja

$$f(x) = -2x + 4.$$

Odredite inverznu funkciju f^{-1} i nacrtajte grafove funkcija f i f^{-1} .

676. Zadana je realna funkcija realne varijable pravilom pridruživanja

$$f(x) = \frac{2x - 1}{3x + \frac{1}{5}}.$$

Odredite njezinu prirodnu domenu i nađite joj inverznu funkciju f^{-1} .

677. Odredite područje definicije funkcije $f(x) = \sqrt{2x + 1}$ i nacrtajte njezin graf.

678. Nacrtajte u istom koordinatnom sustavu graf funkcije

$$f(x) = x^3 - 2$$

i graf njoj inverzne funkcije f^{-1} .

679. Odredite inverzne funkcije sljedećih funkcija:

- a) $f(x) = \frac{2}{x - 1}$
- b) $f(x) = x^3 - 8$
- c) $f(x) = \frac{2x}{x + 2}$
- d) $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 8$.

680. Odredite inverzne funkcije sljedećih funkcija:

- a) $f(x) = 2^{-x}$
- b) $f(x) = 10^{2x} - 1$
- c) $f(x) = 5^{3-x}$
- d) $f(x) = 3^{x-1} + 2$
- e) $f(x) = 2^{1-\frac{x}{2}}$
- f) $f(x) = 3 \cdot 2^{1-x} + 1$.

681. Ako je $f(x) = x^2 - 8x + 12$ i $x_0 = 25^{-\log_{0.2}(1+\sqrt{3})}$, izračunajte $f(x_0)$.

682. Zadana je funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ pravilom pridruživanja

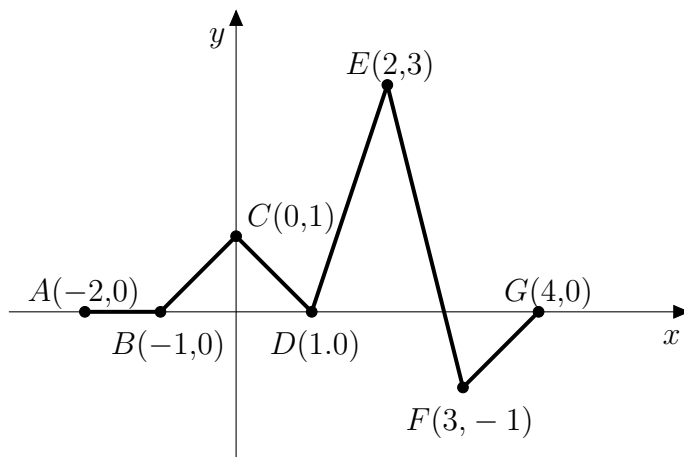
$$f(x) = \frac{1}{5}x - 6.$$

Odredite njezin inverz i provjerite da vrijedi:

$$(f \circ f^{-1})(x) = x$$

$$(f^{-1} \circ f)(x) = x.$$

683. Funkcija f zadana je grafom na slici. Odredite joj domenu i sliku. Je li funkcija f injekcija? Obrazložite odgovor.



684. Zadana je realna funkcija realne varijable pravilom pridruživanja

$$f(x) = \sqrt{-x+1} + 1.$$

Odredite joj domenu i sliku i skicirajte graf.

685. Funkcija f zadana je tablicom:

x	1	2	3	4	...
$f(x)$	3	6	11	18	...

Odredite analitički izraz funkcije f , te izračunajte $f(11) + f^{-1}(51)$.

686. Zadane su funkcije $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ pravilima pridruživanja

$$f(x) = x + 2 \quad \text{i} \quad g(x) = 5x - 1.$$

Odredite f^{-1} , g^{-1} i $(f \circ g)^{-1}$, te pokažite da je

$$(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}.$$

9.8 Razni zadaci o funkcijama

687. Izračunajte $f\left(\frac{1}{1-\sqrt{2}}\right)$ ako je $f(x) = x^2 + 2x + 1$.

688. Odredite $f(x)$ ako je:

a) $f(x + 1) = 3x - 2$

b) $f(x + 3) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{3}{2}$

c) $f\left(x - \frac{1}{2}\right) = -2x + \frac{1}{3}$

d) $f(2x - 1) = 4x^2 - 3$

e) $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$

f) $f\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{1 - x^2}{1 + x^2}$.

689. Ako je $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{1 - x}$, odredite $f\left(\frac{1}{1 - x}\right)$.

690. Zadana je realna funkcija realne varijable pravilom pridruživanja

$$f(x) = x^2 - 2x - 1.$$

Izračunajte $f(1 - \sqrt{2})$ i $f(1 + \sqrt{2})$. Je li f bijekcija? Obrazložite odgovor.

691. Zadana je funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ pravilom pridruživanja

$$f(x) = \begin{cases} -x & , x \in \langle -\infty, -5 \rangle \\ 5 & , x \in [-5, 5] \\ x & , x \in \langle 5, +\infty \rangle. \end{cases}$$

Nacrtajte graf funkcije f . Je li funkcija f injekcija? Obrazložite odgovor.

692. Funkcije su zadane formulama

(a) $l(x) = 1 + 2x$

(b) $g(x) = 2^x$

(c) $h(x) = \frac{1}{x^2 + 4}$

(d) $f(x) = x^2 + 1$.

Što možete uzeti za domenu i kodomenu pojedine od tih funkcija? Kako biste napravili tablice? Kako izgledaju grafovi?

693. Funkcije su zadane formulama

(a) $l(x) = 4 - x$

(b) $g(x) = \log_4 x$

(c) $h(x) = \frac{1}{x - 1}$

(d) $f(x) = -x^2 + 4x$.

Što možete uzeti za domenu i kodomenu pojedine od tih funkcija? Kako biste napravili tablice? Kako izgledaju grafovi?

694. Funkcije su zadane formulama

(a) $l(x) = -5 + 4x$

(b) $g(x) = 3^x$

(c) $h(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

(d) $f(x) = -x^2 - 2x - 2$.

Što možete uzeti za domenu i kodomenu pojedine od tih funkcija? Kako biste napravili tablice? Kako izgledaju grafovi?

695. Funkcije su zadane formulama

(a) $l(x) = -2x + 5$

(b) $g(x) = \log_2 x$

(c) $h(x) = \frac{x^2 - 9}{x + 1}$

(d) $f(x) = x^2 + 4x + 3$.

Što možete uzeti za domenu i kodomenu pojedine od tih funkcija? Kako biste napravili tablice? Kako izgledaju grafovi?

696. Funkcije su zadane formulama

(a) $l(x) = 2 - 3x$

(b) $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

(c) $h(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$

(d) $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

9. FUNKCIJE

Što možete uzeti za domenu i kodomenu pojedine od tih funkcija? Kako biste napravili tablice? Kako izgledaju grafovi?

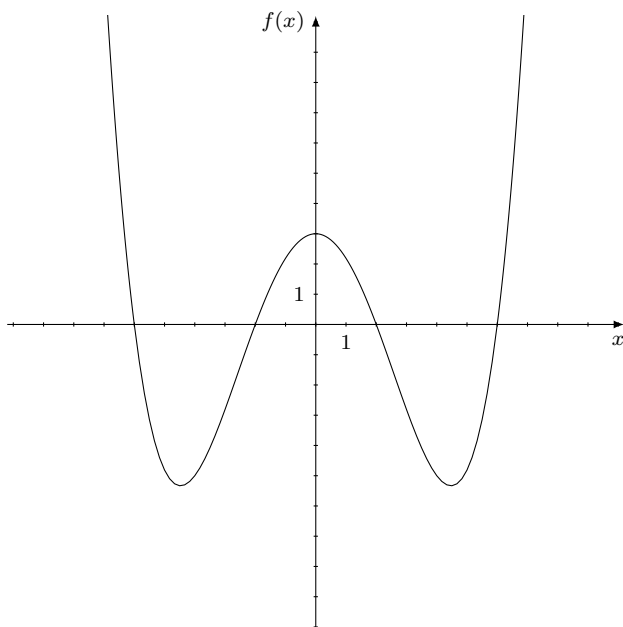
- 697.** U poštanskom uredu primaju pakete do 4 kilograma težine. Poštarinu za pakete računaju prema sljedećoj tablici

Masa, m (kg)	Poštarina, P (kn)
$0 < m < 1$	2
$1 \leq m < 2$	2.20
$2 \leq m < 3$	2.40
$3 \leq m < 4$	2.80

Ovako zadana, poštarina je funkcija od težine. Objasnite zašto? Označimo tu funkciju s f , tj. $P = f(m)$.

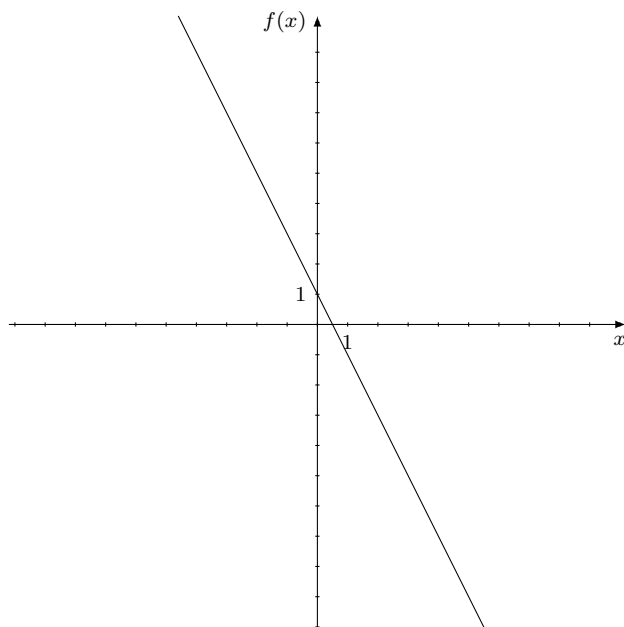
- Odredite $f(0.75)$, $f(1)$ i $f(2.5)$.
- Odredite $f(5)$.
- Koja je domena ove funkcije?
- Koja je kodomena ove funkcije?
- Nacrtajte graf funkcije f .

698. Funkcija je zadana grafom:



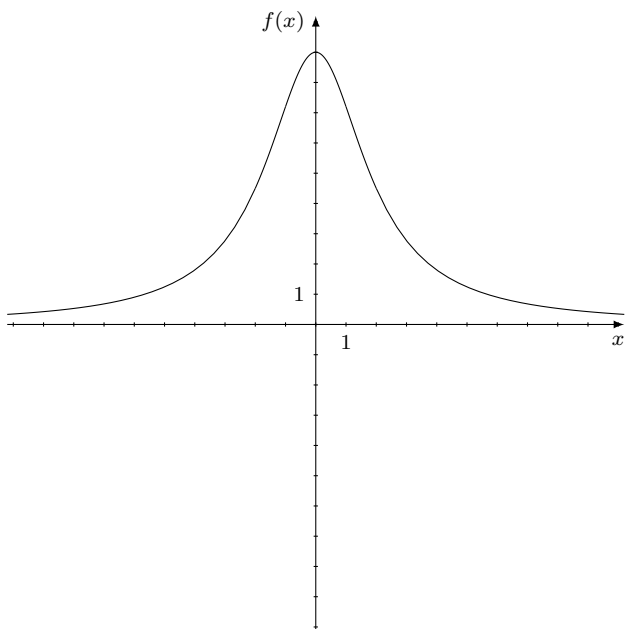
- (a) Opišite riječima graf funkcije.
- (b) Postiže li funkcija f u nekoj točki x najveću vrijednost? A najmanju?
- (c) Kada funkcija f raste? Kada pada?
- (d) Koju vrijednost funkcija postiže za $x = 4$?
- (e) Koje sve vrijednosti funkcija f postiže kada je x između 1 i 3?
Koje sve vrijednosti funkcija f postiže kada je x između -2 i 6 ?
- (f) Za koje x funkcija postiže vrijednost -1 ?
- (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti između 2 i 5? Za koje x funkcija postiže vrijednosti manje od 0?

699. Funkcija je zadana grafom:



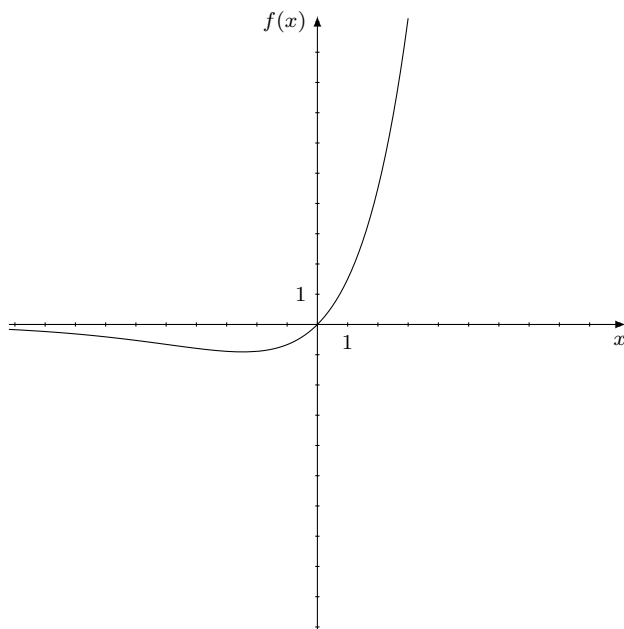
- (a) Opišite riječima graf funkcije.
- (b) Postiže li funkcija f u nekoj točki x najveću vrijednost? A najmanju?
- (c) Kada funkcija f raste? Kada pada?
- (d) Koju vrijednost funkcija postiže za $x = 2$? A za $x = -1$?
- (e) Koje sve vrijednosti funkcija f postiže kada je x između 0 i 3? Koje sve vrijednosti funkcija f postiže kada je x manji od -2 ?
- (f) Za koje x funkcija postiže vrijednost -1 ? A vrijednost 0?
- (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti između 1 i 5? Za koje x funkcija postiže vrijednosti manje od 0?

700. Funkcija je zadana grafom:



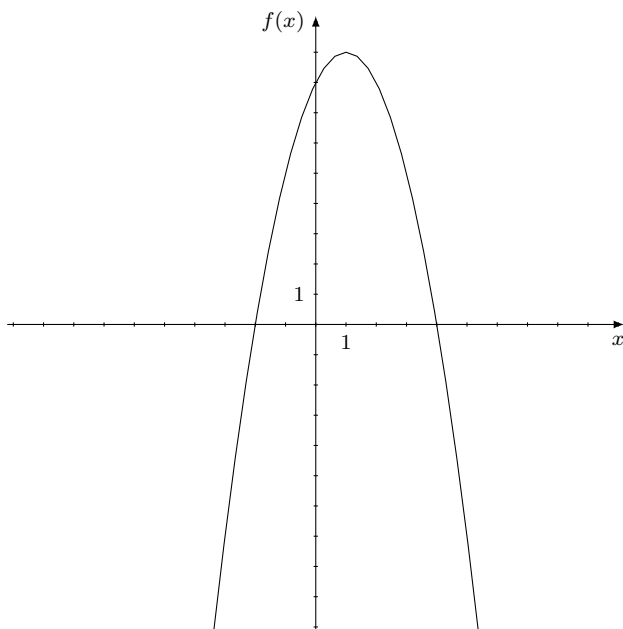
- (a) Opišite riječima graf funkcije.
- (b) Postiže li funkcija f u nekoj točki x najveću vrijednost? A najmanju?
- (c) Kada funkcija f raste? Kada pada?
- (d) Koju vrijednost funkcija postiže za $x = 2$?
- (e) Koje sve vrijednosti funkcija f postiže kada je x između 1 i 4?
Koje sve vrijednosti funkcija f postiže kada je x između -6 i 2 ?
- (f) Za koje x funkcija postiže vrijednost -1 ?
- (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti između 0 i 2? Za koje x funkcija postiže vrijednosti veće od 5?

701. Funkcija je zadana grafom:



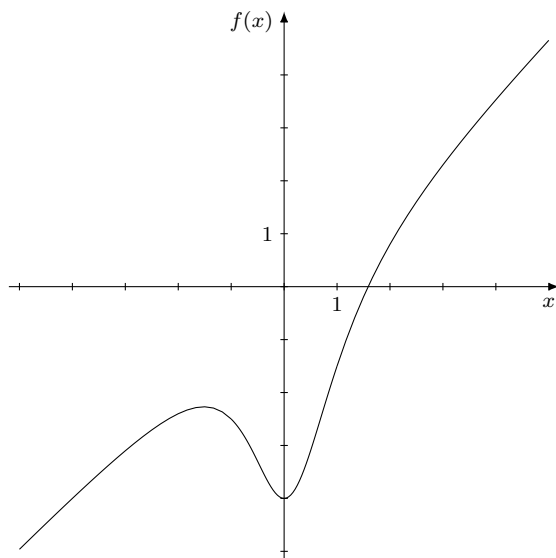
- (a) Opišite riječima graf funkcije.
- (b) Postiže li funkcija f u nekoj točki x najveću vrijednost? A najmanju?
- (c) Kada funkcija f raste? Kada pada?
- (d) Koju vrijednost funkcija postiže za $x = 2$? A za $x = -10$?
- (e) Koje sve vrijednosti funkcija f postiže kada je x između -5 i 0 ?
- (f) Za koje x funkcija postiže vrijednost 4 ? A vrijednost -2 ?
- (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti između -1 i 1 ? Za koje x funkcija postiže vrijednosti veće od 2 ?

702. Funkcija je zadana grafom:



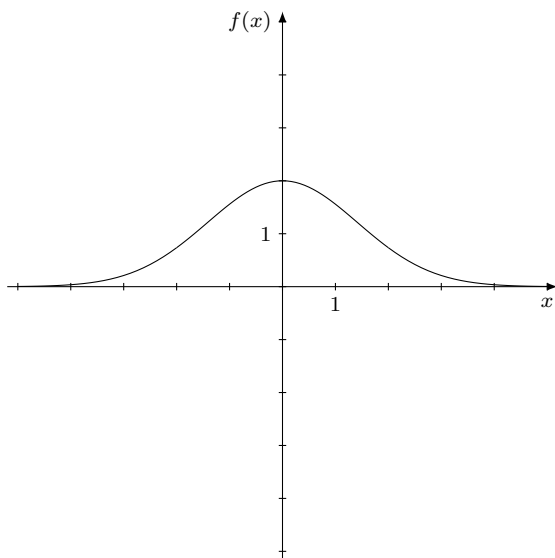
- (a) Opišite riječima graf funkcije.
- (b) Postiže li funkcija f u nekoj točki x najveću vrijednost? A najmanju?
- (c) Kada funkcija f raste? Kada pada?
- (d) Koju vrijednost funkcija postiže za $x = 2$? A za $x = -1$?
- (e) Koje sve vrijednosti funkcija f postiže kada je x između 2 i 4? Koje sve vrijednosti funkcija f postiže kada je x veći od 0?
- (f) Za koje x funkcija postiže vrijednost -1 ? A vrijednost -7 ?
- (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti između 5 i 10? Za koje x funkcija postiže vrijednosti manje od 0?

703. Funkcija f zadana je grafom:



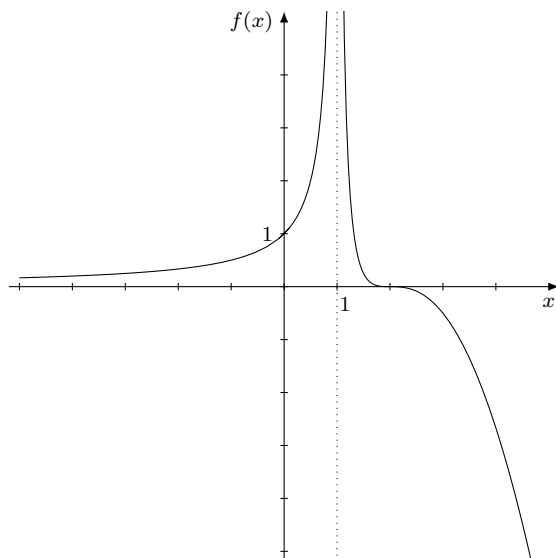
- (a) Postiže li funkcija f najveću vrijednost? A najmanju?
- (b) Kada funkcija f raste? Kada pada?
- (c) Koju vrijednost funkcija postiže za $x = 3$?
- (d) Koje sve vrijednosti funkcija f postiže kada je x manji od 0?
- (e) Za koje x funkcija postiže vrijednost -3 ?
- (f) Za koje x funkcija postiže vrijednosti između 1 i 4?

704. Funkcija f zadana je grafom:



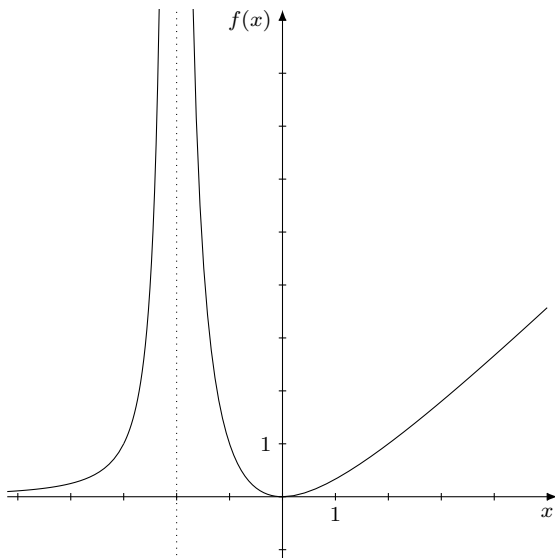
- (a) Postiže li funkcija f najveću vrijednost? A najmanju?
- (b) Kada funkcija f raste? Kada pada?
- (c) Koju vrijednost funkcija postiže za $x = -1$?
- (d) Koje sve vrijednosti funkcija f postiže kada je x između -1 i 3 ?
- (e) Za koje x funkcija postiže vrijednost -1 ?
- (f) Za koje x funkcija postiže vrijednosti između 0 i 1 ?

705. Funkcija f zadana je grafom:



- (a) Postiže li funkcija f najveću vrijednost? A najmanju?
- (b) Kada funkcija f raste? Kada pada?
- (c) Koju vrijednost funkcija postiže za $x = 2$?
- (d) Koje sve vrijednosti funkcija f postiže kada je x manji od 0?
- (e) Za koje x funkcija postiže vrijednost -3 ?
- (f) Za koje x funkcija postiže vrijednosti veće od 2?

706. Funkcija f zadana je grafom:



- Postiže li funkcija f najveću vrijednost? A najmanju?
- Kada funkcija f raste? Kada pada?
- Koju vrijednost funkcija postiže za $x = -2$?
- Koje sve vrijednosti funkcija f postiže kada je x između -1 i 1 ?
- Za koje x funkcija postiže vrijednost 1 ?
- Za koje x funkcija postiže vrijednosti veće od 2 ?

707. Funkcija f zadana je formulom $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$.

- Odredite $f(-2)$, $f(0)$, $f(3)$.
- Odredite nultočke funkcije f .
- Nacrtajte graf funkcije f . Prikažite na grafu točke $(x, f(x))$ iz (a) i (b) zadatka.
- Kada funkcija f raste? Kada pada?
- Koje sve vrijednosti funkcija postiže? Postiže li funkcija najveću i najmanju vrijednost?
- Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x veći od 2 ?
- Za koje x funkcija postiže vrijednosti između -1 i 0 ?

708. Funkcija f zadana je formulom $f(x) = -\frac{3}{2}x - 1$.

9. FUNKCIJE

- (a) Odredite $f(-2)$, $f(0)$, $f(3)$.
- (b) Odredite nultočke funkcije f .
- (c) Nacrtajte graf funkcije f . Prikažite na grafu točke $(x, f(x))$ iz (a) i (b) zadatka.
- (d) Kada funkcija f raste? Kada pada?
- (e) Koje sve vrijednosti funkcija postiže? Postiže li funkcija najveću i najmanju vrijednost?
- (f) Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x između -4 i 0 ?
- (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti manje od 3 ?

709. Funkcija f zadana je formulom $f(x) = -x + 6$.

- (a) Odredite $f(-2)$, $f(0)$, $f(3)$.
- (b) Odredite nultočke funkcije f .
- (c) Nacrtajte graf funkcije f . Prikažite na grafu točke $(x, f(x))$ iz (a) i (b) zadatka.
- (d) Kada funkcija f raste? Kada pada?
- (e) Koje sve vrijednosti funkcija postiže? Postiže li funkcija najveću i najmanju vrijednost?
- (f) Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x manji od 3 ?
- (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti između -6 i 0 ?

710. Funkcija f zadana je formulom $f(x) = -2x + 1$.

- (a) Odredite $f(-2)$, $f(0)$, $f(3)$.
- (b) Odredite nultočke funkcije f .
- (c) Nacrtajte graf funkcije f . Prikažite na grafu točke $(x, f(x))$ iz (a) i (b) zadatka.
- (d) Kada funkcija f raste? Kada pada?
- (e) Koje sve vrijednosti funkcija postiže? Postiže li funkcija najveću i najmanju vrijednost?
- (f) Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x veći od 3 ?
- (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti veće od -5 ?

711. Funkcija f zadana je formulom $f(x) = 2x + 3$.

- (a) Odredite $f(-3)$, $f(-1)$, $f(2)$.

- (b) Odredite nultočke funkcije f .
- (c) Nacrtajte graf funkcije f . Prikažite na grafu točke $(x, f(x))$ iz (a) i (b) zadatka.
- (d) Kada funkcija f raste? Kada pada?
- (e) Koje sve vrijednosti funkcija postiže? Postiže li funkcija najveću i najmanju vrijednost?
- (f) Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x između -2 i 2 ?
- (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti veće od 5 ?

712. Funkcija f zadana je formulom $f(x) = 4x - x^2$

- (a) Odredite $f(-2)$, $f(0)$, $f(1)$.
- (b) Odredite nultočke funkcije f .
- (c) Nacrtajte graf funkcije f . Prikažite na grafu točke $(x, f(x))$ iz (a) i (b) zadatka.
- (d) Kada funkcija f raste? Kada pada?
- (e) Koje sve vrijednosti funkcija postiže? Postiže li funkcija najveću i najmanju vrijednost?
- (f) Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x veći od 1 ?
- (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti između 0 i 6 ?

713. Funkcija f zadana je formulom $f(x) = x^2 + 2x + 2$

- (a) Odredite $f(-5)$, $f(0)$, $f(2)$.
- (b) Odredite nultočke funkcije f .
- (c) Nacrtajte graf funkcije f . Prikažite na grafu točke $(x, f(x))$ iz (a) i (b) zadatka.
- (d) Kada funkcija f raste? Kada pada?
- (e) Koje sve vrijednosti funkcija postiže? Postiže li funkcija najveću i najmanju vrijednost?
- (f) Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x između -2 i 2 ?
- (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti između 5 i 10 ?

- 714.** Funkcija f zadana je formulom $f(x) = -x^2 + 6x - 5$.
- (a) Odredite $f(-1)$, $f(0)$, $f(3)$.
 - (b) Odredite nultočke funkcije f .
 - (c) Nacrtajte graf funkcije f . Prikažite na grafu točke $(x, f(x))$ iz (a) i (b) zadatka.
 - (d) Kada funkcija f raste? Kada pada?
 - (e) Koje sve vrijednosti funkcija postiže? Postiže li funkcija najveću i najmanju vrijednost?
 - (f) Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x između 0 i 4?
 - (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti između 0 i 3?
- 715.** Funkcija f zadana je formulom $f(x) = 3 + 2x - x^2$
- (a) Odredite $f(-5)$, $f(1)$, $f(3)$.
 - (b) Odredite nultočke funkcije f .
 - (c) Nacrtajte graf funkcije f . Prikažite na grafu točke $(x, f(x))$ iz (a) i (b) zadatka.
 - (d) Kada funkcija f raste? Kada pada?
 - (e) Koje sve vrijednosti funkcija postiže? Postiže li funkcija najveću i najmanju vrijednost?
 - (f) Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x između 0 i 4?
 - (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti manje od -5 ?
- 716.** Funkcija f zadana je formulom $f(x) = x^2 + x - 2$.
- (a) Odredite $f(-5)$, $f(0)$, $f(3)$.
 - (b) Odredite nultočke funkcije f .
 - (c) Nacrtajte graf funkcije f . Prikažite na grafu točke $(x, f(x))$ iz (a) i (b) zadatka.
 - (d) Kada funkcija f raste? Kada pada?
 - (e) Koje sve vrijednosti funkcija postiže? Postiže li funkcija najveću i najmanju vrijednost?
 - (f) Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x između -2 i 0 ?
 - (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti manje od 4 ?

- 717.** Funkcija f zadana je formulom $f(x) = \frac{1}{x}$
- (a) Koja je maksimalna domena funkcije f ?
 - (b) Odredite $f(-5)$, $f(-3)$, $f(0.2)$, $f(1)$, $f(4)$.
 - (c) Nacrtajte graf funkcije f . Prikažite na grafu točke $(x, f(x))$ iz (b) zadatka.
 - (d) Kada funkcija f raste? Kada pada?
 - (e) Koje sve vrijednosti funkcija postiže? Postiže li funkcija najveću i najmanju vrijednost?
 - (f) Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x između -1 i 1 ?
 - (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti veće od 2 ?
- 718.** Funkcija f zadana je formulom $f(x) = \frac{1}{x^2}$
- (a) Koja je maksimalna domena funkcije f ?
 - (b) Odredite $f(-1)$, $f(-3)$, $f(0.2)$, $f(1)$, $f(2)$.
 - (c) Nacrtajte graf funkcije f . Prikažite na grafu točke $(x, f(x))$ iz (b) zadatka.
 - (d) Kada funkcija f raste? Kada pada?
 - (e) Koje sve vrijednosti funkcija postiže? Postiže li funkcija najveću i najmanju vrijednost?
 - (f) Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x manji od -1 ?
 - (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti između 4 i 9 ?
- 719.** Funkcija f zadana je formulom $f(x) = \sqrt{x}$
- (a) Koja je maksimalna domena funkcije f ?
 - (b) Odredite $f(0)$, $f(1)$, $f(16)$.
 - (c) Nacrtajte graf funkcije f . Prikažite na grafu točke $(x, f(x))$ iz (b) zadatka.
 - (d) Kada funkcija f raste? Kada pada?
 - (e) Koje sve vrijednosti funkcija postiže? Postiže li funkcija najveću i najmanju vrijednost?
 - (f) Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x između 1 i 9 ?
 - (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti manje od 2 ?

720. Funkcija f zadana je formulom $f(x) = 3^x$.

- (a) Koja je maksimalna domena funkcije f ?
- (b) Odredite $f(-2)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$.
- (c) Nacrtajte graf funkcije f . Prikažite na grafu točke $(x, f(x))$ iz (a) i (b) zadatka.
- (d) Kada funkcija f raste? Kada pada?
- (e) Koje sve vrijednosti funkcija postiže? Postiže li funkcija najveću i najmanju vrijednost?
- (f) Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x između -3 i 1 ?
- (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti veće od 9 ?

721. Funkcija f zadana je formulom $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

- (a) Koja je maksimalna domena funkcije f ?
- (b) Odredite $f(-3)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(3)$.
- (c) Nacrtajte graf funkcije f . Prikažite na grafu točke $(x, f(x))$ iz (a) i (b) zadatka.
- (d) Kada funkcija f raste? Kada pada?
- (e) Koje sve vrijednosti funkcija postiže? Postiže li funkcija najveću i najmanju vrijednost?
- (f) Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x veći od -2 ?
- (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti između 1 i 2 ?

722. Funkcija f zadana je formulom $f(x) = 0.2^x$.

- (a) Koja je maksimalna domena funkcije f ?
- (b) Odredite $f(-2)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$.
- (c) Nacrtajte graf funkcije f . Prikažite na grafu točke $(x, f(x))$ iz (a) i (b) zadatka.
- (d) Kada funkcija f raste? Kada pada?
- (e) Koje sve vrijednosti funkcija postiže? Postiže li funkcija najveću i najmanju vrijednost?
- (f) Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x između -3 i 1 ?
- (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti veće od 5 ?

723. Funkcija f zadana je formulom $f(x) = \log_2 x$.

- (a) Koja je maksimalna domena funkcije f ?
- (b) Odredite $f(0.25)$, $f(0.5)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(4)$.
- (c) Nacrtajte graf funkcije f . Prikažite na grafu točke $(x, f(x))$ iz (a) i (b) zadatka.
- (d) Kada funkcija f raste? Kada pada?
- (e) Koje sve vrijednosti funkcija postiže? Postiže li funkcija najveću i najmanju vrijednost?
- (f) Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x između 0 i 2? Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x između 1 i 8?
- (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti veće od 0? Za koje x funkcija postiže vrijednosti između -1 i -3 ?

724. Funkcija f zadana je formulom $f(x) = \log_3 x$.

- (a) Koja je maksimalna domena funkcije f ?
- (b) Odredite $f(\frac{1}{3})$, $f(1)$, $f(3)$, $f(9)$.
- (c) Nacrtajte graf funkcije f . Prikažite na grafu točke $(x, f(x))$ iz (a) i (b) zadatka.
- (d) Kada funkcija f raste? Kada pada?
- (e) Koje sve vrijednosti funkcija postiže? Postiže li funkcija najveću i najmanju vrijednost?
- (f) Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x između 0 i 3? Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x veći od 9?
- (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti veće od 0? Za koje x funkcija postiže vrijednosti između -1 i -3 ?

725. Funkcija f zadana je formulom $f(x) = \log_{10} x$.

- (a) Koja je maksimalna domena funkcije f ?
- (b) Odredite $f(0.1)$, $f(0.01)$, $f(1)$, $f(100)$, $f(1)$.
- (c) Nacrtajte graf funkcije f . Prikažite na grafu točke $(x, f(x))$ iz (a) i (b) zadatka.
- (d) Kada funkcija f raste? Kada pada?
- (e) Koje sve vrijednosti funkcija postiže? Postiže li funkcija najveću i najmanju vrijednost?

9. FUNKCIJE

- (f) Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x između 0 i 1? Koje sve vrijednosti funkcija postiže kada je x između 0.1 i 10?
- (g) Za koje x funkcija postiže vrijednosti veće od 0? Za koje x funkcija postiže vrijednosti između -1 i -3 ?

726. Sir Francis Galton je napravio studiju u kojoj je uspoređivao prosječnu visinu djece (po odrastanju) s prosječnom visinom njihovih roditelja. U tablici su dani podaci za sedam obitelji:

Prosječna visina roditelja (cm)	Prosječna visina djece (cm)
163.83	168.148
168.91	170.688
171.45	175.768
173.99	170.688
173.99	175.768
176.53	180.848
179.07	178.308

Regresijskom analizom dobili smo sljedeće moguće modele za vezu ovih dviju veličina:

- (a) $f(x) = 0.65x + 62.08$
- (b) $f(x) = 6.5x^{0.64}$.

Prikažite grafički podatke iz tablice te, na istom grafu, prikažite grafove tih funkcija. Što vam se čini, koja funkcija bolje odgovara podacima?

727. Na dnu posude s vodom izbušili smo malu rupu. Prema Toricellijevom zakonu, voda iz posude brže teče što je posuda punija. Mjerenjem smo dobili sljedeće podatke:

Visina vode (cm)	Brzina vode koja izlazi (cm/s)
80	225
70	212
60	196
50	180
40	160
30	140
20	112
10	80

Regresijskom analizom dobili smo sljedeće moguće modele za vezu ovih dviju veličina:

- (a) $f(x) = 2.03x + 71.89$
 (b) $f(x) = -0.01x^2 + 3.36x + 49.66$
 (c) $f(x) = 83.6 \cdot 1.01^x$
 (d) $f(x) = 25.46x^{0.498}$.

Prikažite grafički podatke iz tablice te, na istom grafu, prikažite grafove tih funkcija. Što vam se čini, koja funkcija bolje odgovara podacima?

- 728.** U jednoj studiji psiholozi su zamolili ispitanike da pročitaju i zapamte niz riječi. Zatim su ih svakih sat vremena ispitivali koje su riječi zapamtili. Sljedeća tablica prikazuje rezultate eksperimenta:

Vrijeme (h)	Prosječan broj upamćenih riječi
1	80.2
2	45.3
3	33.4
4	22.6
5	18.5

Regresijskom analizom dobili smo sljedeće moguće modele za vezu ovih dviju veličina:

- (a) $f(x) = -14.61x + 83.83$
 (b) $f(x) = 4.48x^2 - 41.48x + 115.18$
 (c) $f(x) = 103.24 \cdot 0.696^x$
 (d) $f(x) = 83.17x^{-0.91}$.

Prikažite grafički podatke iz tablice te na istom grafu prikažite grafove tih funkcija. Što vam se čini, koja funkcija bolje odgovara podacima? Prema odabranom modelu, koliko riječi će se prosječan ispitanik sjećati nakon 24 sata?

- 729.** Novinari automagazina mjerili su duljinu zaustavnoga puta u ovisnosti o brzini automobila. Dobili su sljedeće podatke:

Brzina (km/h)	Zaustavni put (m)
32	12
48	23
64	36
80	53
96	73
112	96

9. FUNKCIJE

Regresijskom analizom dobili smo sljedeće moguće modele za vezu ovih dviju veličina:

- (a) $f(x) = 1.05x - 26.64$
- (b) $f(x) = 0.006x^2 + 0.164x + 0.6$
- (c) $f(x) = 6.29 \cdot 1.026^x$
- (d) $f(x) = 0.038x^{1.656}$.

Prikažite grafički podatke iz tablice te, na istom grafu, prikažite grafove tih funkcija. Što vam se čini, koja funkcija bolje odgovara podacima? Izračunajte koliki zaustavni put ovi modeli predviđaju za automobile koji se kreću brzinom od 130 i 180 km/h?

730. Funkcija $f : \{a,b,c,d,e\} \rightarrow \{1,2,3,4,5\}$ zadana je pravilom

$$f(a) = 2, \quad f(b) = 4, \quad f(c) = 3, \quad f(d) = 5, \quad f(e) = 1.$$

- (a) Koja je slika funkcije f ?
- (b) Odredite $f(\{a,b,c\})$, $f(\{b,d,e\})$, $f^{-1}(\{3,4,5\})$, $f^{-1}(\{1,2,5\})$.
- (c) Je li funkcija f surjekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (d) Je li funkcija f injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (e) Ako je f bijekcija, odredite joj inverznu funkciju. Ako f nije bijekcija, kako možete smanjiti domenu i/ili kodomenu da dobijete bijekciju? Odredite inverznu funkciju te bijekcije.

731. Funkcija $f : \{a,b,c,d,e\} \rightarrow \{1,2,3,4,5\}$ zadana je pravilom

$$f(a) = 4, \quad f(b) = 4, \quad f(c) = 1, \quad f(d) = 1, \quad f(e) = 2.$$

- (a) Koja je slika funkcije f ?
- (b) Odredite $f(\{a,b,d\})$, $f(\{c,e\})$, $f^{-1}(\{3,4,5\})$, $f^{-1}(\{1,2\})$.
- (c) Je li funkcija f surjekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (d) Je li funkcija f injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (e) Ako je f bijekcija, odredite joj inverznu funkciju. Ako f nije bijekcija, kako možete smanjiti domenu i/ili kodomenu da dobijete bijekciju? Odredite inverznu funkciju te bijekcije.

732. Funkcija $f : \{a,b,c,d\} \rightarrow \{1,2,3,4,5\}$ zadana je pravilom

$$f(a) = 5, \quad f(b) = 2, \quad f(c) = 1, \quad f(d) = 3.$$

- (a) Koja je slika funkcije f ?
- (b) Odredite $f(\{a,b,c\})$, $f(\{b,d\})$, $f^{-1}(\{3,4,5\})$, $f^{-1}(\{1,2\})$.
- (c) Je li funkcija f surjekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (d) Je li funkcija f injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (e) Ako je f bijekcija, odredite joj inverznu funkciju. Ako f nije bijekcija, kako možete smanjiti domenu i/ili kodomenu da dobijete bijekciju? Odredite inverznu funkciju te bijekcije.

733. Funkcija $f : \{1,2,3,4,5\} \rightarrow \{a,b,c,d\}$ zadana je pravilom

$$f(1) = d, \quad f(2) = b, \quad f(3) = a, \quad f(4) = a, \quad f(5) = c.$$

- (a) Koja je slika funkcije f ?
- (b) Odredite $f(\{1,2,3\})$, $f(\{3,4,5\})$, $f^{-1}(\{a,c\})$, $f^{-1}(\{b,d\})$.
- (c) Je li funkcija f surjekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (d) Je li funkcija f injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (e) Ako je f bijekcija, odredite joj inverznu funkciju. Ako f nije bijekcija, kako možete smanjiti domenu i/ili kodomenu da dobijete bijekciju? Odredite inverznu funkciju te bijekcije.

734. Funkcija $f : \{1,2,3,4,5\} \rightarrow \{a,b,c,d,e\}$ zadana je pravilom

$$f(1) = b, \quad f(2) = a, \quad f(3) = a, \quad f(4) = d, \quad f(5) = b.$$

- (a) Koja je slika funkcije f ?
- (b) Odredite $f(\{1,2,3,5\})$, $f(\{4,5\})$, $f^{-1}(\{c,d\})$, $f^{-1}(\{a,b\})$.
- (c) Je li funkcija f surjekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (d) Je li funkcija f injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (e) Ako je f bijekcija, odredite joj inverznu funkciju. Ako f nije bijekcija, kako možete smanjiti domenu i/ili kodomenu da dobijete bijekciju? Odredite inverznu funkciju te bijekcije.

735. Funkcija $f : \{1,2,3,4,5\} \rightarrow \{a,b,c,d,e\}$ zadana je pravilom

$$f(1) = e, \quad f(2) = a, \quad f(3) = d, \quad f(4) = b, \quad f(5) = c.$$

- (a) Koja je slika funkcije f ?
- (b) Odredite $f(\{1,2,3,5\})$, $f(\{4,5\})$, $f^{-1}(\{c,d\})$, $f^{-1}(\{a,b,c\})$.
- (c) Je li funkcija f surjekcija? Obrazložite svoj odgovor.

- (d) Je li funkcija f injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (e) Ako je f bijekcija, odredite joj inverznu funkciju. Ako f nije bijekcija, kako možete smanjiti domenu i/ili kodomenu da dobijete bijekciju? Odredite inverznu funkciju restrikcije.
- 736.** Zadajte neku funkciju $f : \{1,2,3,4,5,6\} \rightarrow \{a,b,c,d,e\}$.
- (a) Koja je slika funkcije f ?
- (b) Je li funkcija f surjekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (c) Je li funkcija f injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (d) Ako funkcija f nije injekcija, pokušajte ju ponovno zadati, tako da bude injekcija.
- (e) Ako funkcija f nije surjekcija, pokušajte ju ponovno zadati, tako da bude surjekcija.
- 737.** Zadajte neku funkciju $f : \{1,2,3,4,5\} \rightarrow \{a,b,c,d,e,f\}$.
- (a) Koja je slika funkcije f ?
- (b) Je li funkcija f surjekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (c) Je li funkcija f injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (d) Ako funkcija f nije injekcija, pokušajte ju ponovno zadati, tako da bude injekcija.
- (e) Ako funkcija f nije surjekcija, pokušajte ju ponovno zadati, tako da bude surjekcija.
- 738.** Zadajte neku funkciju $f : \{a,b,c,d,e,f\} \rightarrow \{1,2,3,4,5,6\}$.
- (a) Koja je slika funkcije f ?
- (b) Je li funkcija f surjekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (c) Je li funkcija f injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (d) Ako funkcija f nije injekcija, pokušajte ju ponovno zadati, tako da bude injekcija.
- (e) Ako funkcija f nije surjekcija, pokušajte ju ponovno zadati, tako da bude surjekcija.
- 739.** Zadajte neku funkciju $f : \{a,b,c,d,e\} \rightarrow \{1,2,3,4,5,6\}$.
- (a) Koja je slika funkcije f ?
- (b) Je li funkcija f surjekcija? Obrazložite svoj odgovor.

- (c) Je li funkcija f injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (d) Ako funkcija f nije injekcija, pokušajte ju ponovno zadati, tako da bude injekcija.
- (e) Ako funkcija f nije surjekcija, pokušajte ju ponovno zadati, tako da bude surjekcija.
- 740.** Zadajte neku funkciju $f : \{a,b,c,d,e,f\} \rightarrow \{1,2,3,4,5\}$.
- (a) Koja je slika funkcije f ?
- (b) Je li funkcija f surjekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (c) Je li funkcija f injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (d) Ako funkcija f nije injekcija, pokušajte ju ponovno zadati, tako da bude injekcija.
- (e) Ako funkcija f nije surjekcija, pokušajte ju ponovno zadati, tako da bude surjekcija.
- 741.** Zadajte neku funkciju $f : \{1,2,3,4,5,6\} \rightarrow \{a,b,c,d,e,f\}$.
- (a) Koja je slika funkcije f ?
- (b) Je li funkcija f surjekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (c) Je li funkcija f injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (d) Ako funkcija f nije injekcija, pokušajte ju ponovno zadati, tako da bude injekcija.
- (e) Ako funkcija f nije surjekcija, pokušajte ju ponovno zadati, tako da bude surjekcija.
- 742.** Funkcija g zadana je formulom $g(x) = -3x + 2$.
- (a) Odredite $g(-2)$, $g(-1)$, $g(0)$, $g(1)$, $g(2)$.
- (b) Nacrtajte graf od g . Odredite na grafu točke koje odgovaraju vrijednostima funkcije iz (a) zadatka.
- (c) Odredite $g(\langle -1,1 \rangle)$, $g(\langle 0,4 \rangle)$.
- (d) Odredite $g^{-1}(\langle -\infty, 2 \rangle)$, $g^{-1}([-1,5])$.
- (e) Je li funkcija g surjekcija? Koja je slika funkcije g ?
- (f) Je li funkcija g injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (g) Ako je g bijekcija, odredite domenu i kodomenu inverzne funkcije te joj skicirajte graf.

- (h) Na grafu inverzne funkcije nađite točke koje odgovaraju onima iz (b) zadatka.
- (i) Nađite formulu za inverznu funkciju.
- 743.** Funkcija g zadana je formulom $g(x) = x^2$.
- (a) Odredite $g(-2)$, $g(-1)$, $g(0)$, $g(1)$, $g(2)$.
- (b) Nacrtajte graf od g . Odredite na grafu točke koje odgovaraju vrijednostima funkcije iz (a) zadatka.
- (c) Odredite $g([-2,1))$, $g(\langle -\infty, -3 \rangle)$.
- (d) Odredite $g^{-1}(\langle -\infty, 4 \rangle)$, $g^{-1}(\langle 1, 9 \rangle)$.
- (e) Je li funkcija g surjekcija? Koja je slika funkcije g ?
- (f) Je li funkcija g injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (g) Kako možete smanjiti domenu i/ili kodomenu da dobijete bijekciju? Odredite domenu i kodomenu funkcije koja je inverzna toj restrikciji te joj skicirajte graf.
- (h) Na grafu inverzne funkcije nađite točke koje odgovaraju onima iz (b) zadatka.
- (i) Nađite formulu za inverznu funkciju.
- 744.** Funkcija g zadana je formulom $g(x) = x^3$.
- (a) Odredite $g(-2)$, $g(-1)$, $g(0)$, $g(1)$, $g(2)$.
- (b) Nacrtajte graf od g . Odredite na grafu točke koje odgovaraju vrijednostima funkcije iz (a) zadatka.
- (c) Odredite $g([-2,1))$, $g(\langle 2, +\infty \rangle)$.
- (d) Odredite $g^{-1}(\langle -\infty, -1 \rangle)$, $g^{-1}(\langle 0, 1 \rangle)$.
- (e) Je li funkcija g surjekcija? Koja je slika funkcije g ?
- (f) Je li funkcija g injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (g) Ako je g bijekcija, odredite domenu i kodomenu inverzne funkcije te skicirajte graf.
- (h) Na grafu inverzne funkcije nađite točke koje odgovaraju onima iz (b) zadatka.
- (i) Nađite formulu za inverznu funkciju.

745. Funkcija g zadana je formulom $g(x) = -x^2 + 2x$.

- (a) Odredite $g(-2)$, $g(-1)$, $g(0)$, $g(1)$, $g(2)$.
- (b) Nacrtajte graf od g . Odredite na grafu točke koje odgovaraju vrijednostima funkcije iz (a) zadatka.
- (c) Odredite $g([0,2))$, $g(\langle -2,2])$.
- (d) Odredite $g^{-1}(\langle -8, -3\rangle)$, $g^{-1}([0, +\infty))$.
- (e) Je li funkcija g surjekcija? Koja je slika funkcije g ?
- (f) Je li funkcija g injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (g) Kako možete smanjiti domenu i/ili kodomenu da dobijete bijekciju? Odredite domenu i kodomenu funkcije koja je inverzna toj restrikciji te joj skicirajte graf.
- (h) Na grafu inverzne funkcije nađite točke koje odgovaraju onima iz (b) zadatka.
- (i) Nađite formulu za inverznu funkciju.

746. Funkcija g zadana je formulom $g(x) = x^2 + 2x + 3$.

- (a) Odredite $g(-2)$, $g(-1)$, $g(0)$, $g(1)$, $g(2)$.
- (b) Nacrtajte graf od g . Odredite na grafu točke koje odgovaraju vrijednostima funkcije iz (a) zadatka.
- (c) Odredite $g([-2,1))$, $g(\langle -\infty, -3\rangle)$.
- (d) Odredite $g^{-1}(\langle -\infty, 6\rangle)$, $g^{-1}(\langle 3, 11\rangle)$.
- (e) Je li funkcija g surjekcija? Koja je slika funkcije g ?
- (f) Je li funkcija g injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (g) Kako možete smanjiti domenu i/ili kodomenu da dobijete bijekciju? Odredite domenu i kodomenu funkcije koja je inverzna toj restrikciji te joj skicirajte graf.
- (h) Na grafu inverzne funkcije nađite točke koje odgovaraju onima iz (b) zadatka.
- (i) Nađite formulu za inverznu funkciju.

747. Funkcija g zadana je formulom $g(x) = \sqrt{x}$.

- (a) Koja je maksimalna domena funkcije g ?
- (b) Odredite $g(0)$, $g(1)$, $g(4)$, $g(9)$.

- (c) Nacrtajte graf od g . Odredite na grafu točke koje odgovaraju vrijednostima funkcije iz (b) zadatka.
- (d) Odredite $g([0,1))$, $g(\langle 9, +\infty \rangle)$.
- (e) Odredite $g^{-1}(\langle 0,4 \rangle)$, $g^{-1}(\langle \frac{1}{2}, +\infty \rangle)$.
- (f) Je li funkcija g surjekcija? Koja je slika funkcije g ?
- (g) Je li funkcija g injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (h) Ako je g bijekcija, odredite domenu i kodomenu inverzne funkcije te skicirajte graf.
- (i) Na grafu inverzne funkcije nađite točke koje odgovaraju onima iz (c) zadatka.
- (j) Nađite formulu za inverznu funkciju.

748. Funkcija g zadana je formulom $g(x) = \sqrt[3]{x}$.

- (a) Koja je maksimalna domena funkcije g ?
- (b) Odredite $g(-8)$, $g(-1)$, $g(0)$, $g(1)$, $g(8)$.
- (c) Nacrtajte graf od g . Odredite na grafu točke koje odgovaraju vrijednostima funkcije iz (b) zadatka.
- (d) Odredite $g([-8,1))$, $g(\langle -\infty, -1 \rangle)$.
- (e) Odredite $g^{-1}(\langle -\infty, 0 \rangle)$, $g^{-1}(\langle -8, 8 \rangle)$.
- (f) Je li funkcija g surjekcija? Koja je slika funkcije g ?
- (g) Je li funkcija g injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (h) Ako je g bijekcija, odredite domenu i kodomenu inverzne funkcije te skicirajte graf.
- (i) Kako možete smanjiti domenu i/ili kodomenu da dobijete bijekciju? Odredite domenu i kodomenu funkcije koja je inverzna toj restrikciji te joj skicirajte graf.
- (j) Na grafu inverzne funkcije nađite točke koje odgovaraju onima iz (c) zadatka.
- (k) Nađite formulu za inverznu funkciju.

749. Funkcija g zadana je formulom $g(x) = \frac{1}{x}$.

- (a) Koja je maksimalna domena funkcije g ?
- (b) Odredite $g(-2)$, $g(-1)$, $g(1)$, $g(2)$.

- (c) Nacrtajte graf od g . Odredite na grafu točke koje odgovaraju vrijednostima funkcije iz (b) zadatka.
- (d) Odredite $g(\langle -\infty, -1 \rangle)$, $g([\frac{1}{2}, 2])$.
- (e) Odredite $g^{-1}(\langle -1, 3 \rangle)$, $g^{-1}(\langle 2, +\infty \rangle)$.
- (f) Je li funkcija g surjekcija? Koja je slika funkcije g ?
- (g) Je li funkcija g injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (h) Kako možete smanjiti domenu i/ili kodomenu da dobijete bijekciju? Odredite domenu i kodomenu funkcije koja je inverzna toj restrikciji te joj skicirajte graf.
- (i) Na grafu inverzne funkcije nađite točke koje odgovaraju onima iz (c) zadatka.
- (j) Nađite formulu za inverznu funkciju.

750. Funkcija g zadana je formulom $g(x) = \frac{1}{x^2}$.

- (a) Koja je maksimalna domena funkcije g ?
- (b) Odredite $g(-2)$, $g(-1)$, $g(1)$, $g(2)$.
- (c) Nacrtajte graf od g . Odredite na grafu točke koje odgovaraju vrijednostima funkcije iz (b) zadatka.
- (d) Odredite $g([2, +\infty))$, $g([-4, -2])$.
- (e) Odredite $g^{-1}(\langle -\infty, 1 \rangle)$, $g^{-1}([-4, 2])$.
- (f) Je li funkcija g surjekcija? Koja je slika funkcije g ?
- (g) Je li funkcija g injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
- (h) Kako možete smanjiti domenu i/ili kodomenu da dobijete bijekciju? Odredite domenu i kodomenu funkcije koja je inverzna toj restrikciji te joj skicirajte graf.
- (i) Na grafu inverzne funkcije nađite točke koje odgovaraju onima iz (c) zadatka.
- (j) Nađite formulu za inverznu funkciju.

751. Funkcija g zadana je formulom $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

- (a) Odredite $g(-2)$, $g(-1)$, $g(0)$, $g(1)$, $g(2)$.
- (b) Nacrtajte graf od g . Odredite na grafu točke koje odgovaraju vrijednostima funkcije iz (a) zadatka.

- (c) Odredite $g([-2, -1])$, $g(\langle 0, +\infty \rangle)$.
 - (d) Odredite $g^{-1}(\langle 9, +\infty \rangle)$, $g^{-1}([\frac{1}{27}, 3])$.
 - (e) Je li funkcija g surjekcija? Koja je slika funkcije g ?
 - (f) Je li funkcija g injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
 - (g) Kako možete smanjiti domenu i/ili kodomenu da dobijete bijekciju? Odredite domenu i kodomenu funkcije koja je inverzna toj restrikciji te joj skicirajte graf.
 - (h) Na grafu inverzne funkcije nađite točke koje odgovaraju onima iz (b) zadatka.
 - (i) Nađite formulu za inverznu funkciju.
- 752.** Funkcija g zadana je formulom $g(x) = 2^x$.
- (a) Odredite $g(-2)$, $g(-1)$, $g(0)$, $g(1)$, $g(2)$.
 - (b) Nacrtajte graf od g . Odredite na grafu točke koje odgovaraju vrijednostima funkcije iz (a) zadatka.
 - (c) Odredite $g([-2, -1])$, $g(\langle 0, +\infty \rangle)$.
 - (d) Odredite $g^{-1}(\langle 4, +\infty \rangle)$, $g^{-1}([\frac{1}{8}, 2])$.
 - (e) Je li funkcija g surjekcija? Koja je slika funkcije g ?
 - (f) Je li funkcija g injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
 - (g) Kako možete smanjiti domenu i/ili kodomenu da dobijete bijekciju? Odredite domenu i kodomenu funkcije koja je inverzna toj restrikciji te joj skicirajte graf.
 - (h) Na grafu inverzne funkcije nađite točke koje odgovaraju onima iz (b) zadatka.
 - (i) Nađite formulu za inverznu funkciju.
- 753.** Funkcija g zadana je formulom $g(x) = \log_3 x$.
- (a) Koja je maksimalna domena funkcije g ?
 - (b) Odredite $g(\frac{1}{3})$, $g(1)$, $g(3)$, $g(9)$.
 - (c) Nacrtajte graf od g . Odredite na grafu točke koje odgovaraju vrijednostima funkcije iz (b) zadatka.
 - (d) Odredite $g([\frac{1}{9}, 3])$, $g(\langle 0, 1 \rangle)$.
 - (e) Odredite $g^{-1}(\langle -\infty, -1 \rangle)$, $g^{-1}(\langle -2, 2 \rangle)$.
 - (f) Je li funkcija g surjekcija? Koja je slika funkcije g ?

- (g) Je li funkcija g injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
 - (h) Ako je g bijekcija, odredite domenu i kodomenu inverzne funkcije te skicirajte graf.
 - (i) Na grafu inverzne funkcije nađite točke koje odgovaraju onima iz (c) zadatka.
 - (j) Nađite formulu za inverznu funkciju.
- 754.** Funkcija g zadana je formulom $g(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$.
- (a) Koja je maksimalna domena funkcije g ?
 - (b) Odredite $g(\frac{1}{2})$, $g(1)$, $g(\frac{1}{8})$, $g(2)$.
 - (c) Nacrtajte graf od g . Odredite na grafu točke koje odgovaraju vrijednostima funkcije iz (b) zadatka.
 - (d) Odredite $g([\frac{1}{4}, 2))$, $g(\langle 0, 4 \rangle)$.
 - (e) Odredite $g^{-1}(\langle -\infty, -1 \rangle)$, $g^{-1}(\langle -2, 2 \rangle)$.
 - (f) Je li funkcija g surjekcija? Koja je slika funkcije g ?
 - (g) Je li funkcija g injekcija? Obrazložite svoj odgovor.
 - (h) Ako je g bijekcija, odredite domenu i kodomenu inverzne funkcije te skicirajte graf.
 - (i) Na grafu inverzne funkcije nađite točke koje odgovaraju onima iz (c) zadatka.
 - (j) Nađite formulu za inverznu funkciju.

10

Geometrija

10.1 Točka, pravac, dužina

- 755.** Koliko točkaka presjeka može biti između 2 pravca? A 3 pravca? 4 pravca? Napravite tablicu, nacrtajte primjere.
- 756.** Zašto neki slučajevi u prethodnome zadatku nisu mogući? Obrazložite.
- 757.** Koliki je maksimalan broj presjeka u 755. zadatku za 2, 3, odnosno 4 pravca? Koliki će biti za 5 pravaca? A za 6, 7, ... Obrazložite.
- 758.** Konstruirajte trokut sa stranicama 5, 7 i 10 cm.
- 759.** Konstruirajte jednakostraničan trokut sa stranicom 5 cm.
- 760.** Konstruirajte trokut sa stranicama 6, 4 i 11 cm. U čemu je problem?
- 761.** Nacrtajte pravac i odaberite tri točke na tom pravcu. Izmjerite udaljenosti među točkama. Koja relacija povezuje te udaljenosti?
- 762.** Možete li konstruirati trokut sa stranicama 6, 5 i 11 cm?
- 763.** Nacrtajte trokut i izmjerite duljine stranica. Što možete reći o odnosu duljina stranica? Zašto u zadacima 760. i 762. niste mogli konstruirati trokut?
- 764.** Grad B je 265 km sjeverozapadno od grada A , a grad C je 286 km jugozapadno od grada B . Što možete reći o udaljenosti gradova A i C ?
- 765.** Koje od sljedećih duljina mogu biti duljine stranica trokuta:
- (a) 2, 2, 2

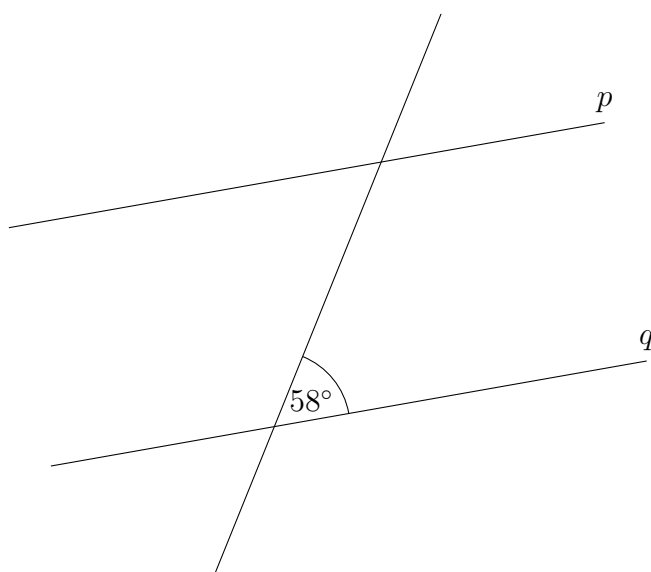
- (b) 3, 3, 2
- (c) 3, 4, 5
- (d) 1.5, 5, 3.5
- (e) 5, 8, 2
- (f) 2.5, 3.5, 4.5?

- 766.** Ako jedna stranica trokuta ima duljinu 12 cm, a druga 20 cm, kolika može biti treća stranica?
- 767.** Ako se kružnica radijusa r_1 oko točke P i kružnica radijusa r_2 oko točke Q sijeku u dvije točke, što možemo reći o udaljenosti $|PQ|$?
- 768.** Neka su A i B dvije točke u krugu radijusa 2 oko točke P . Kolika može biti udaljenost $|AB|$?

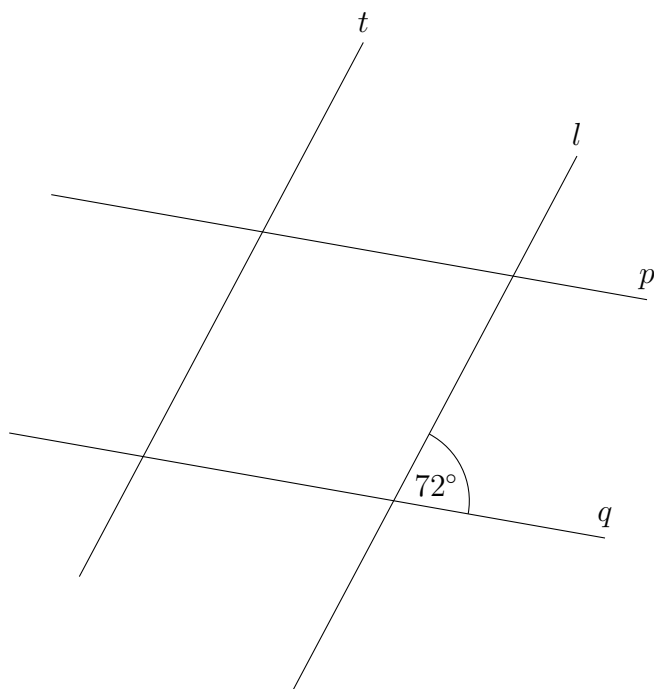
10.2 Kut, udaljenost, paralelnost i okomitost

- 769.** Nacrtajte kuteve od 45° , 90° , 142° , 192° , 192° .
- 770.** Nacrtajte 3 kuta i izmjerite ih.
- 771.** Nacrtajte kut, a zatim konstruirajte njegovu simetralu. Opišite konstrukciju. Zašto ta konstrukcija daje simetralu?
- 772.** Nacrtajte kut $\angle pOq$ i polupravac $O'p'$. Prenesite kut $\angle pOq$ na polupravac $O'p'$. Opišite konstrukciju. Zašto ta konstrukcija daje kut iste mjere?
- 773.** Nacrtajte 2 pravca koja se sijeku u točki P i izmjerite sve kuteve koje ste dobili. Što uočavate? Pokušajte objasniti.
- 774.** Nacrtajte pravac p i točke Q, O, R na njemu. Odaberite točku P izvan pravca i nacrtajte polupravac OP . Konstruirajte simetrale kuteva $\angle QOP$ i $\angle POR$ te izmjerite kut među simetralama. Što uočavate? Možete li objasniti zašto je tako?
- 775.** Nacrtajte trokut sa stranicama 6 cm, 7 cm i 8 cm. Opišite konstrukciju.
- 776.** Izmjerite kuteve u trokutu iz 775. zadatka. Što primjećujete?
- 777.** Konstruirajte simetrale sva tri kuta trokuta iz 775. zadatka.

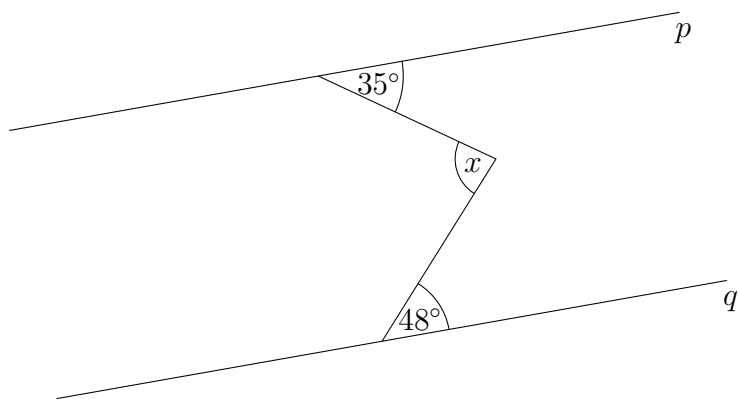
- 778.** Nacrtajte kut s vrhom O i krakovima p i q . Odaberite još jednu točku na kraku p i označite ju sa S . Prenesite kut pOq u točku S . Što primjećujete?
- 779.** Nacrtajte pravac p i točku T izvan pravca. Konstruirajte okomicu iz točke T na pravac p . Opišite konstrukciju i obrazložite zašto je pravac koji ste dobili okomit na p .
- 780.** Isto kao u 779. zadatku, ali za točku T koja leži na pravcu p .
- 781.** Konstruirajte pravokutni trokut s katetama 6 i 8 cm. Opišite konstrukciju.
- 782.** Nacrtajte pravac p i točku T izvan pravca. Pomoću šestara i ravnala konstruirajte pravac koji prolazi točkom T i paralelan je s pravcem p . Opišite konstrukciju i obrazložite zašto je pravac koji ste dobili paralelan s p .
- 783.** Nacrtajte dužinu, a zatim konstruirajte njezinu simetralu. Opišite konstrukciju. Zašto ta konstrukcija daje simetralu?
- 784.** Nacrtajte trokut. Konstruirajte simetrale sve tri njegove stranice. Kako možete provjeriti jeste li dobro konstruirali simetrale?
- 785.** Ako je na slici $p \parallel q$, koje sve kuteve možete odrediti na osnovi poznatih podataka?



786. Ako je na slici $p \parallel q$ i $l \parallel t$, koje sve kuteve možete odrediti na osnovi poznatih podataka?

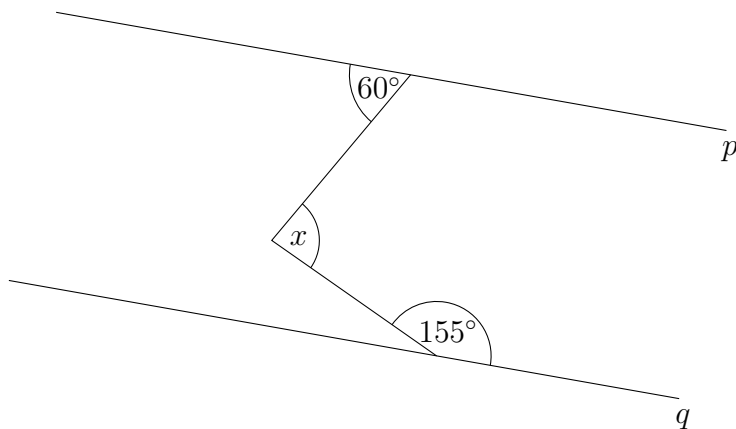


787. Odredite nepoznati kut na slici ako je $p \parallel q$.

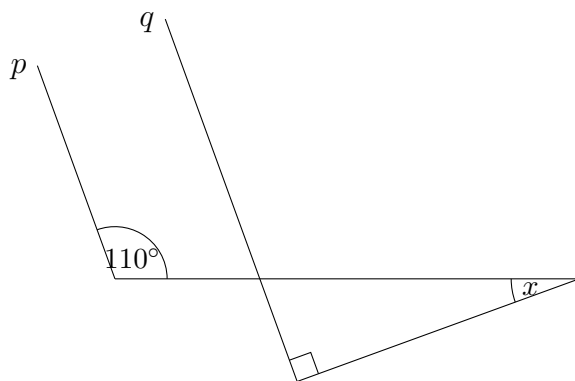


10. GEOMETRIJA

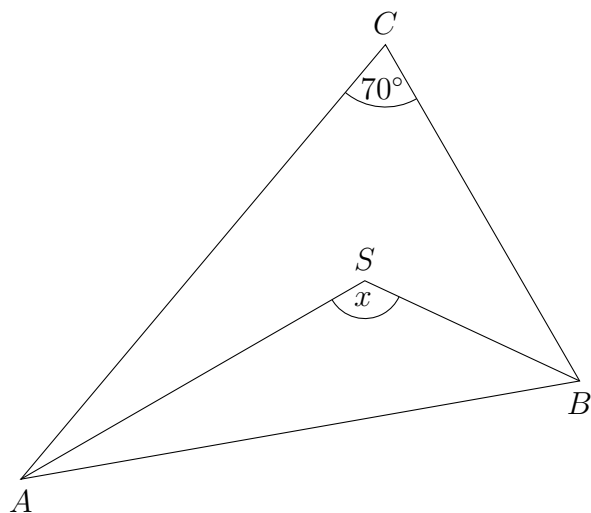
788. Odredite nepoznati kut na slici ako je $p \parallel q$.



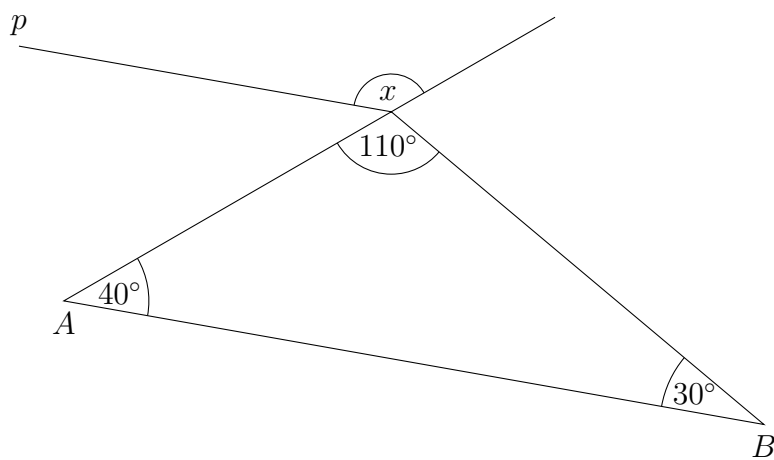
789. Odredite nepoznati kut na slici ako je $p \parallel q$.



790. Pravci AS i BS su simetrale kuteva $\angle A$ i $\angle B$. Ako je $\angle C = 70^\circ$, koliki je onda kut $\angle ASB$?

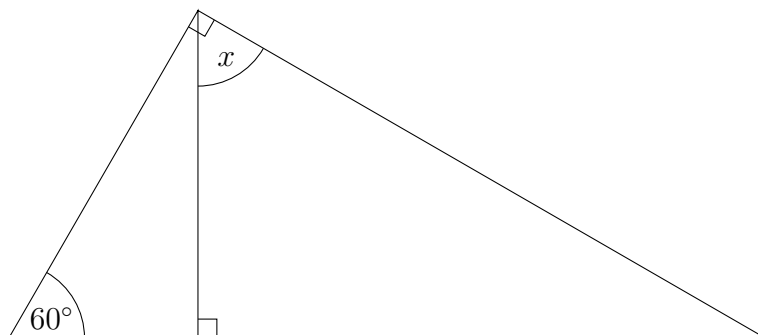


791. Koliki je nepoznati kut na slici ako je $p \parallel AB$?

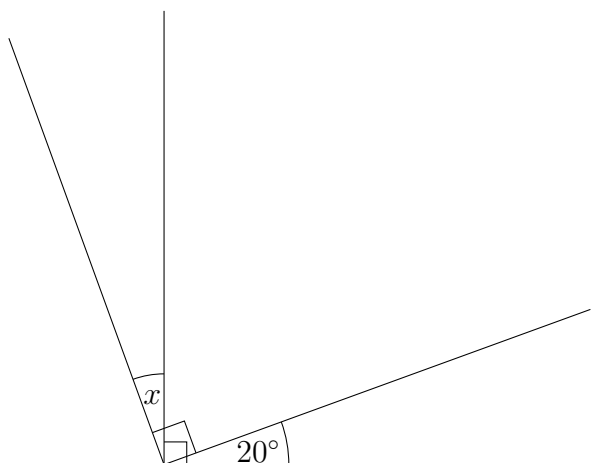


10. GEOMETRIJA

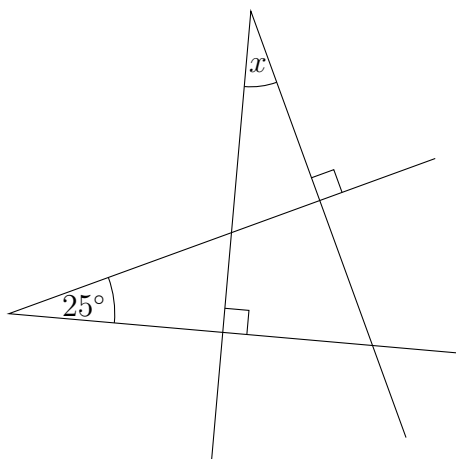
792. Koliki je nepoznati kut na slici?



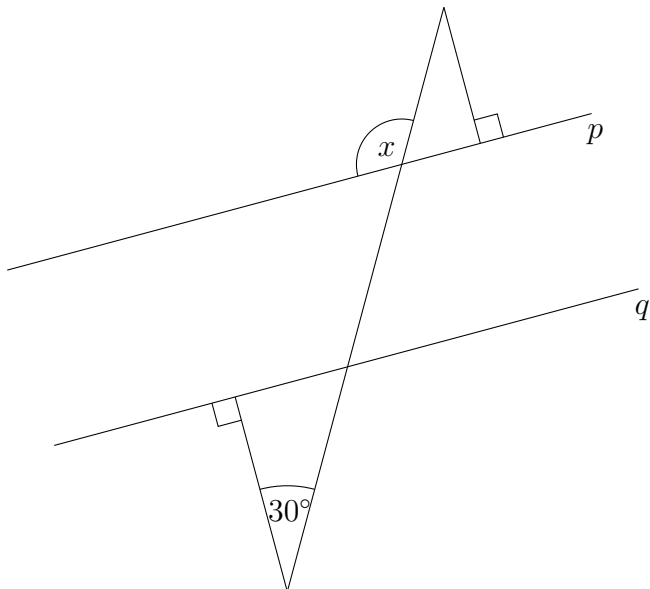
793. Koliki je nepoznati kut na slici?



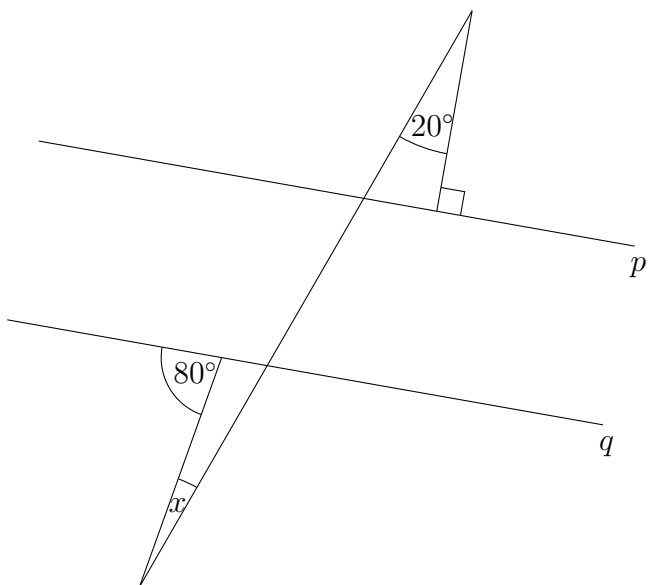
794. Koliki je nepoznati kut na slici?



795. Odredite nepoznati kut na slici ako je $p \parallel q$.

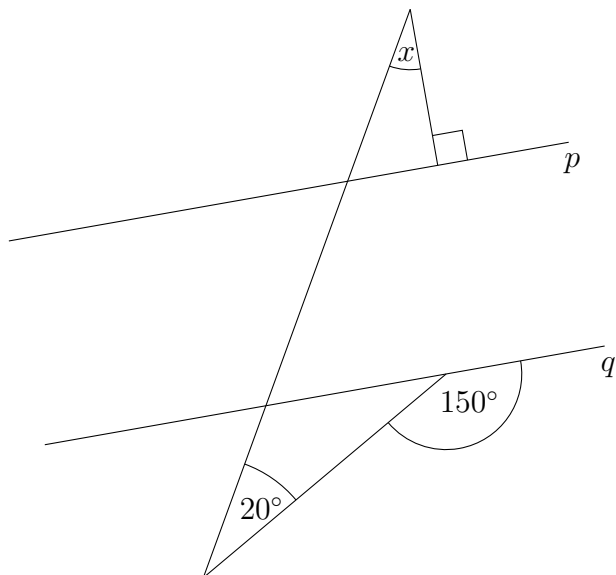


796. Odredite nepoznati kut na slici ako je $p \parallel q$.

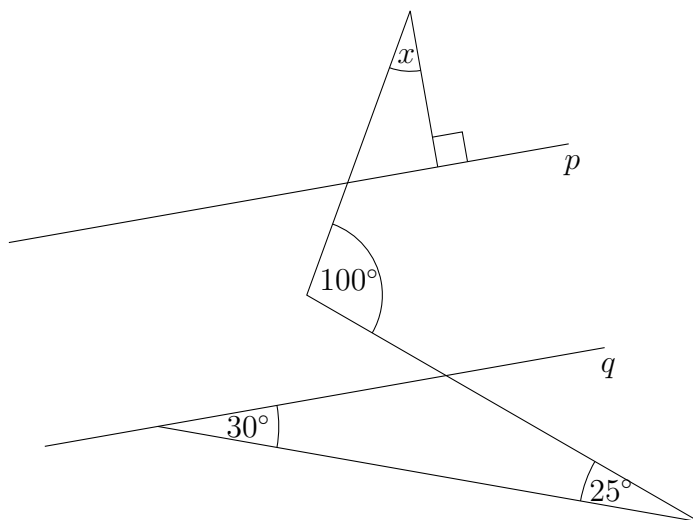


10. GEOMETRIJA

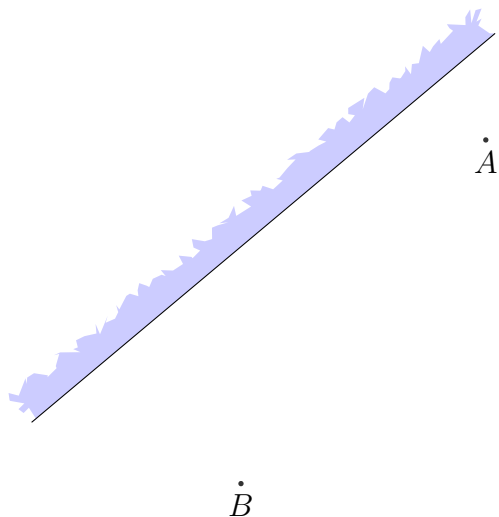
797. Odredite nepoznati kut na slici ako je $p \parallel q$.



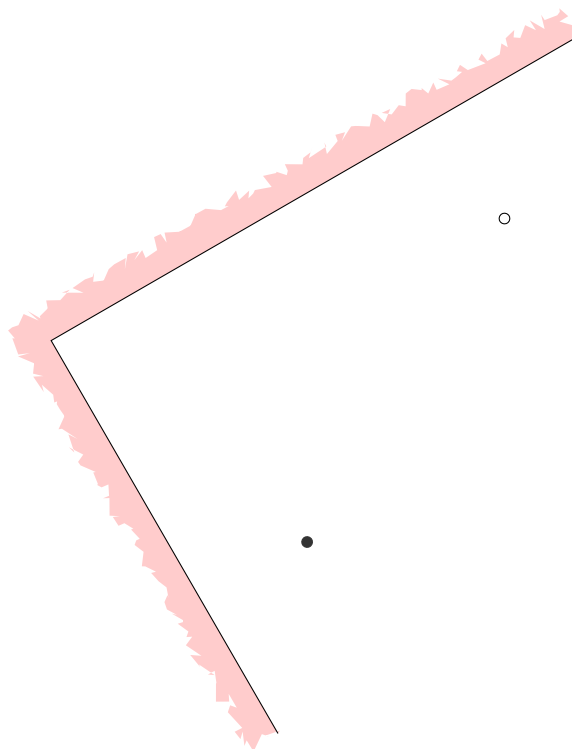
798. Odredite nepoznati kut na slici ako je $p \parallel q$.



799. Gdje će u ogledalu dječak A naći djevojčicu B ?



800. U kojem smjeru biljarist treba udariti bijelu kuglicu da pogodi crnu? Pronađite barem 4 moguća rješenja.



801. Nacrtajte kuteve $\angle pOq$ i $\angle rOs$ koji imaju zajednički vrh, a krakovi su im međusobno okomiti. Što možete reći o njima? Obrazložite. (Uputa: pogledajte zadatak 793.)

- 802.** Nacrtajte dva kuta s okomitim kracima koji nemaju zajednički vrh. Možete li i tada doći do istoga zaključka kao u 801. zadatku?
- 803.** U trokutu $\triangle ABC$ neka je P točka presjeka simetrala kuteva β i γ . Ako je $\angle BPC = 100^\circ$, koliki je kut α .

10.3 Trokut

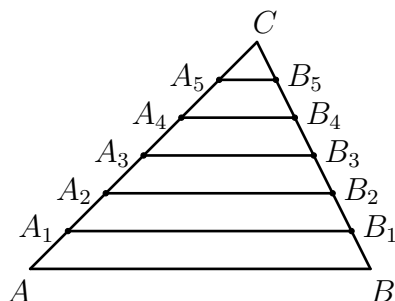
- 804.** Odredite sve unutarne i vanjske kutove trokuta ako je zadano $\alpha = 27^\circ 35'$ i $\beta_1 = 153^\circ 48'$.
- 805.** Odredite unutarne kutove trokuta, ako se oni odnose kao $1 : 3 : 5$.
- 806.** Jesu li a, b, c stranice trokuta, ako je:
- (a) $a = 10$ cm, $b = 4$ cm, $c = 7$ cm
 - (b) $a = 4$ cm, $b = 8$ cm, $c = 13$ cm?
- Obrazložite odgovor.
- 807.** Postoji li trokut s visinama duljina 5 cm, 3 cm i 8 cm? Objasnite odgovor.
- 808.** Dokažite tvrdnju: ako su dvije visine trokuta jednake duljine, onda je trokut jednakokratan.
- 809.** Zadan je trokut ABC tako da vrijedi $|AC| = 12$ cm, $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 45^\circ$. Odredite duljine preostalih stranica trokuta.
- 810.** Dokažite da su visine spuštene na krakove jednakokravnoga trokuta jednake duljine.
- 811.** Jedna kateta pravokutnoga trokuta iznosi 15 cm. Odredite drugu katetu, ako je ona za 3 cm kraća od hipotenuze.
- 812.** Zadan je jednakokratan pravokutni trokut. Ako mu se kraci produlje za 4 cm, površina će mu se povećati za 112 cm². Koliki su kraci zadanoga trokuta?
- 813.** U pravokutnom trokutu zbroj duljina kateta jednak je 17 cm, a duljina hipotenuze iznosi 13 cm. Kolika je površina tog trokuta?
- 814.** U pravokutnom trokutu duljine kateta jednake su 3 cm i 4 cm. Kolika je visina spuštena iz vrha pravoga kuta na hipotenuzu?

815. Točka D nožište je visine spuštene iz vrha C pravoga kuta na hipotenuzu pravokutnoga trokuta. Dokažite da vrijedi: $\frac{|AC|^2}{|AD|} = \frac{|BC|^2}{|BD|}$.

10.4 Četverokut

816. Izračunajte površinu pravokutnika sa stranicama a , b i dijagonalom d , ako je $d - a = 17$ cm, $b = 85$ cm.
817. Razlika dvaju susjednih unutarnjih kutova paralelograma je 70° . Koliko iznosi svaki unutarnji kut?
818. Stranice paralelograma su $a = 25$ cm, $b = 6$ cm, a jedna dijagonala $e = 29$ cm. Izračunajte površinu paralelograma.
819. Površina romba jednaka je $P = 2400$ cm², a jedna dijagonala $e = 60$ cm. Odredite duljinu druge dijagonale f i opseg romba O .
820. Razlika duljina dijagonala romba je 10 cm. Ako se kraća dijagonala uveća za 2 cm, a dulja umanjuje za 4 cm, površina romba neće se promijeniti. Odredite dijagonale romba.
821. Odredite površinu romba kojem je stranica jednaka 13 cm, a jedna dijagonala iznosi 24 cm.
822. U rombu kojemu je stranica jednaka $a = 5$ cm, veća dijagonala je triput dulja od manje. Kolika je površina tog romba?
823. Odredite površinu trapeza, ako su mu duljine osnovica $a = 70$ cm i $c = 20$ cm, te duljine krakova $b = 40$ cm i $d = 30$ cm.
824. Odredite površinu jednakokravnoga trapeza kojem duljine osnovica iznose $a = 8$ cm i $c = 2$ cm, a kraci su jednaki $b = 4$ cm.
825. Duljina stranice \overline{AB} paralelograma $ABCD$ jednaka je 9 cm. Točka E nalazi se na produžetku stranice \overline{AB} i vrijedi $|BE| = 3$ cm. Pravac DE siječe stranicu \overline{BC} u točki F . U kojem omjeru točka F dijeli dužinu \overline{BC} ?
826. Stranice \overline{AC} i \overline{BC} trokuta ABC podijeljene su svaka s pet točaka na po šest jednakih dijelova. Zatim je trokut ABC dužinama podijeljen na šest dijelova kao na slici. Koji je dio površine trokuta ABC površina

najvećega od tih šest dijelova?



- 827.** Osnovice jednakokravnoga trapeza duge su 28 cm i 8 cm, a duljina kraka je 26 cm. Kolike su duljine dijagonala trapeza?
- 828.** U trokut je upisan romb sa stranicom duljine a , tako da je jedan kut trokuta i romba zajednički. Suprotni vrh romba leži na stranici trokuta i dijeli je na odsječke duljina m i n . Kolike su duljine stranica trokuta izražene pomoću a , m i n ?
- 829.** Kružnici je opisan trapez kojem je opseg 24 cm. Kolika je duljina srednjice trapeza?
- 830.** Produžeci krakova trapeza \overline{AD} i \overline{BC} sijeku se u točki E . Koliko su duljine stranica \overline{AE} i \overline{BE} trokuta ABE , ako je $|AB| = 15$ cm, $|BC| = 6$ cm, $|CD| = 10$ cm i $|AD| = 5$ cm?
- 831.** Duljine dijagonala paralelograma su 10 cm i 24 cm. Ako je duljina jedne stranice paralelograma 13 cm, koliki mu je opseg?
- 832.** Površina pravokutnika jednaka je 120 cm², a duljina dijagonale iznosi 17 cm. Koliki je opseg ovoga pravokutnika?

10.5 Konstrukcije trokuta i četverokuta

- 833.** Konstruirajte trokut sa stranicama $a = 6$ cm, $b = 7$ cm i kutem između tih dviju stranica $\gamma = 48^\circ$.
- 834.** Konstruirajte trokut sa stranicama $a = 8$ cm, $b = 5$ cm i $c = 12$ cm.
- 835.** Konstruirajte trokut sa stranicama $a = 6$ cm, $b = 7$ cm i kutem $\alpha = 34^\circ$ koji se nalazi nasuprot stranice a .
- 836.** Konstruirajte trokut sa stranicom $a = 8$ cm i kutevima uz tu stranicu $\beta = 52^\circ$ i $\gamma = 73^\circ$.

- 837.** Konstruirajte trokut s kutovima $\alpha = 23^\circ$, $\beta = 103^\circ$ i $\gamma = 54^\circ$.
- 838.** Konstruirajte trokut sa stranicom $a = 10$ cm i kutovima $\alpha = 82^\circ$ i $\gamma = 61^\circ$.
- 839.** Konstruirajte trokut sa stranicama $a = 6$ cm, $b = 7$ cm i kutem $\beta = 34^\circ$ koji se nalazi nasuprot stranice b .
- 840.** Promotrite još jednom zadatke 833.–839. U kojima ste imali samo jedno moguće rješenje, a u kojima ih je bilo više?
- 841.** Konstruirajte paralelogram $ABCD$ ako je $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 5$ i $\angle DAB = 40^\circ$.
- 842.** Konstruirajte paralelogram $ABCD$ ako je $\overline{AC} = 7$, $\overline{BD} = 5$ i $\angle CEB = 30^\circ$, gdje je E sjecište dviju dijagonala.
- 843.** Konstruirajte četverokut $ABCD$ ako je poznato $\overline{AB} = 4$, $\overline{BC} = 5$, $\overline{CD} = 3$, $\overline{DA} = 2$, $\overline{AC} = 4$.
- 844.** Konstruirajte četverokut $ABCD$ u kojem je $|\overline{AB}| = 3$, $\angle B = 70^\circ$, $|\overline{CD}| = 4$, $|\overline{DA}| = 5$, $|\overline{CA}| = 6$.
- 845.** Konstruirajte četverokut $ABCD$ u kojem je $|\overline{AB}| = 7$, $\angle CAB = 30^\circ$, $\angle CAD = 40^\circ$, $\angle D = 110^\circ$, $|\overline{CA}| = 6$.
- 846.** Konstruirajte četverokut $ABCD$ u kojem je $|\overline{AB}| = 3$, $\angle C = 90^\circ$, $|\overline{BC}| = 4$, $\angle DBA = 40^\circ$, $|\overline{BD}| = 6$.
- 847.** Konstruirajte četverokut $ABCD$ u kojem je $\angle A = 80^\circ$, $\angle ABD = 30^\circ$, $|\overline{BC}| = 4$, $|\overline{CD}| = 3$, $|\overline{BD}| = 6$.
- 848.** Konstruirajte trapez $ABCD$ u kojem je $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 3$, $\overline{CD} = 2$, $\overline{DA} = 2$.
- 849.** Konstruirajte pravokutnik $ABCD$ u kojem je $|\overline{AB}| = 3$, $|\overline{BC}| = 5$, $|\overline{CD}| = 6$, $|\overline{DA}| = 4$, $|\overline{CA}| = 6$.
- 850.** Konstruirajte pravokutnik $ABCD$ u kojem je $|\overline{AB}| = 3$, $|\overline{BC}| = 5$, $|\overline{CD}| = 6$, $|\overline{DA}| = 4$, $\angle DAB = 60^\circ$.
- 851.** Konstruirajte pravokutnik $ABCD$ u kojem je $|\overline{AB}| = 3$, $|\overline{BC}| = 5$, $|\overline{CD}| = 6$, $|\overline{DA}| = 4$, $\angle DBA = 60^\circ$.
- 852.** Konstruirajte pravokutnik $ABCD$ u kojem je $|\overline{AB}| = 3$, $|\overline{CD}| = 6$, $|\overline{DA}| = 4$, $\angle BDC = 60^\circ$, $\angle BCD = 80^\circ$.

- 853.** Konstruirajte trapez $ABCD$ u kojem je $\angle A = 50^\circ$, $b = 5$, $c = 3$, $d = 4$.
- 854.** Konstruirajte pravokutnik sa stranicama 3 i 5 cm.
- 855.** Nacrtajte proizvoljan trokut. Konstruirajte drugi trokut koji će imati kuteve sukladne kutevima prvog trokuta, a da mu je najdulja stranica duljine 10 cm.
- 856.** Konstruirajte trokut kojem je $a = 9$, $b + c = 12$, $\gamma = 55^\circ$.
- 857.** Konstruirajte trokut kojem je $a - c = 3$, $b = 5$, $\gamma = 40^\circ$.
- 858.** Konstruirajte trokut u kojem je $b - a = 2$, $c = 6$, $\alpha = 40^\circ$.
- 859.** Konstruirajte trokut kojem je $a = 8$, $v_a = 4$, $\gamma = 30^\circ$.
- 860.** Konstruirajte trokut kojem je $a = 9$, $s_\beta = 6$, $\gamma = 40^\circ$.
- 861.** Konstruirajte trokut kojem je $b = 8$, $c = 7$, $t_b = 6$.
- 862.** Konstruirajte trokut u kojemu je $a + b = 13$, $c = 10$, $\beta = 40^\circ$.
- 863.** Konstruirajte trokut u kojemu je $a - b = 2$, $c = 9$, $\beta = 40^\circ$.
- 864.** Konstruirajte trokut ako je zadano $a = 6$, $t_b = 7$, $\gamma = 100^\circ$.
- 865.** Konstruirajte trokut ako je zadano $a = 8$, $c = 8$, $v_c = 6$.
- 866.** Konstruirajte trokut ako je zadano $a = 5$, $b = 6$, $t_b = 3$.
- 867.** Nacrtajte proizvoljan trokut te mu konstruirajte opisanu i upisanu kružnicu.
- 868.** Dokažite: ako je u trokutu $\alpha > \beta$, onda je $a > b$.
- 869.** Dokažite: ako su u četverokutu $ABCD$ nasuprotni kutevi sukladni, onda je $ABCD$ paralelogram.
- 870.** Dokažite: ako su u četverokutu $ABCD$ nasuprotne stranice jednakih duljina, onda je $ABCD$ paralelogram.
- 871.** Dokažite: ako su u četverokutu $ABCD$ stranice \overline{AB} i \overline{CD} paralelne i jednakih duljina, onda je $ABCD$ paralelogram.
- 872.** Dokažite: ako se u četverokutu $ABCD$ dijagonale \overline{AC} i \overline{BD} raspolavljaju, onda je $ABCD$ paralelogram.

- 873.** Odaberite tri nekolinearne točke u ravnini i označite ih slovima A, B, C . Nađite točku koja je jednako udaljena od tih triju točaka. Nacrtajte kružnicu odgovarajućega polumjera.
- 874.** Na komadu kartona nacrtajte trokut te mu odredite težišnice i težište. Izrežite trokut. Postavite trokut na vrh penkale i pokušajte naći poziciju u kojoj će trokut sam stajati na penkali.
- 875.** Pokažite da se dijagonale u rombu sijeku pod pravim kutem.
- 876.** U trokutu $\triangle ABC$, neka su P i Q polovišta stranica \overline{AC} i \overline{BC} . Kolika je duljina stranice \overline{AB} , ako je $|PQ| = 5$.
- 877.** U trokutu $\triangle ABC$, točke R i S dijele stranice \overline{CA} i \overline{CB} u omjeru $1 : 2$. Ako je $|AB| = 8$, kolika je duljina $|RS|$?
- 878.** Zadan je trokut $\triangle ABC$. Neka su R i S točke na stranicama \overline{CA} i \overline{CB} takve da je $|AR| = 4$, $|RC| = 6$, $|SB| = 5$, i $\angle CRS = \angle A$. Koliko je $|CS|$?
- 879.** Osmislite način kako biste izmjerili visinu stabla pomoću štapa i krojačkoga metra.
- 880.** Pokušajte smisliti način kako biste izmjerili visinu stabla pomoću maloga ogledala i krojačkoga metra.
- 881.** Nalazite se na obali jezera usred kojeg je otok s blagom. Blago je zakopano pored visokoga stabla. Možete li odrediti udaljenost od obale do otoka pomoću metra i kompasa?
- 882.** Nacrtajte dužinu \overline{AB} . Pomoću ravnala i šestara konstruirajte dužine duljina
- (a) $\frac{1}{2}|AB|$
 - (b) $\frac{1}{5}|AB|$
 - (c) $3|AB|$
 - (d) $\frac{7}{6}|AB|$.
- 883.** Nacrtajte dužinu \overline{AB} . Pomoću ravnala i šestara odredite točku C koja leži na \overline{AB} takvu da je
- (a) $|AC| : |AB| = 1 : 3$
 - (b) $|AC| : |CB| = 4 : 1$

(c) $|AC| : |AB| = 1 : 4$

(d) $|CB| : |AB| = 5 : 6$.

884. Nacrtajte dužine \overline{AB} i \overline{CD} . Označimo s $a = |AB|$, $b = |CD|$. Nacrtajte također i dužinu \overline{EF} duljine 1. Pomoću ravnala i šestara konstruirajte dužine duljina

(a) $a + b$

(b) $a - b$, ako je $a > b$, odnosno $b - a$, ako je $b > a$

(c) $\frac{a}{b}$

(d) $\frac{b}{a}$

(e) ab .

885. Konstruirajte trokut u kojem je $a : b = 3 : 2$, $\alpha = 60^\circ$, $c = 6$.

886. Konstruirajte trokut u kojem je $a : c = 3 : 2$, $\beta = 50^\circ$, $v_c = 4$.

887. Konstruirajte $\triangle ABC$ ako je zadano $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 80^\circ$, $v_c = 6$.

888. Konstruirajte trokut u kojem je $a : c = 8 : 7$, $\beta = 50^\circ$, $t_b = 10$.

889. Konstruirajte trokut u kojem je $a : b = 5 : 3$, $t_a = 6$, $\gamma = 70^\circ$.

890. Konstruirajte trokut u kojem je $c : b = 7 : 6$, $\gamma = 60^\circ$, $|CT| = 10$, gdje je T točka presjeka stranice c i simetrale kuta γ .

891. Konstruirajte trokut u kojem je $a : b = 5 : 3$, $\gamma = 40^\circ$, $v_a = 10$.

892. Konstruirajte trokut u kojem je $a : b = 4 : 3$, $\gamma = 60^\circ$, $v_c = 6$ cm.

893. Konstruirajte trokut u kojem je $a : b = 4 : 3$, $t_b = 10$, $\alpha = 70^\circ$.

10.6 Poligoni

894. U pravilnom n -terokutu unutarnji kut između dviju susjednih stranica pet puta je veći od središnjega kuta stranice. Koliki je n ?

895. Unutarnji kut pravilnoga poligona iznosi 165° . Koliki je broj njegovih stranica?

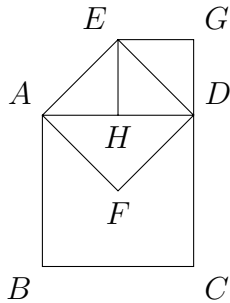
896. Mnogokut ima pet puta više dijagonala nego stranica. Koliki je broj njegovih stranica?
897. Površina pravilnoga šesterokuta iznosi $3\sqrt{3}\text{ cm}^2$. Odredite njegov opseg.
898. Koliko stranica ima pravilni mnogokut čiji jedan vanjski kut iznosi 24° ?
899. U kružnicu polumjera 5 cm upisan je pravilni 12–terokut. Kolika mu je površina?
900. Koliki kut zatvaraju dvije nesusjedne stranice pravilnoga peterokuta?
901. Postoji li mnogokut kojem je broj dijagonala jednak broju stranica?
902. Zbroj svih unutarnjih kutova pravilnog n –terokuta, osim jednoga, iznosi 2184° . Koliko stranica ima taj n –terokut?

10.7 Površina

903. Nacrtajte pravokutnik sa stranicama duljine 4 i 5 cm. Možete li objasniti zašto njegova površina iznosi 20 cm^2 ?
904. Nacrtajte pravokutnik sa stranicama duljine $\frac{3}{2}$ i 4 cm. Možete li objasniti zašto njegova površina iznosi 6 cm^2 ?
905. Nacrtajte pravokutnik sa stranicama duljine $\frac{5}{2}$ i $\frac{5}{3}$ cm. Možete li objasniti zašto njegova površina iznosi $4\frac{1}{6}\text{ cm}^2$?
906. Obrazložite formule za površinu trokuta, paralelograma i trapeza.
907. Nacrtajte pravokutni trokut s katetama duljine $a = 3\text{ cm}$ i $b = 5\text{ cm}$. Što je visina na stranicu a ? Što je visina na stranicu b ? Kako ćete izračunati površinu tog trokuta? Obrazložite.
908. Nacrtajte trokut, izmjerite mu jednu stranicu i odgovarajuću visinu te mu izračunajte površinu. Hoćete li dobiti istu vrijednost ako odaberete neku drugu stranicu i visinu?
909. Olimpijski bazen dugačak je 50 m, širok 25 m i dubok 2.5 m. Koliko je pločica dimenzija $30 \times 30\text{ cm}^2$ potrebno da bi se popločio takav bazen? Skicirajte kako bi bile popločene stranice bazena.

- 910.** Bazen za skokove u vodu je dugačak 25 m i širok 20 m. Dubina na jednom kraju iznosi 5 m, i tolika je do 4 m udaljenosti od tog kraja, a zatim se postupno smanjuje do dubine 2.5 m, koliko je bazen dubok na drugom kraju. Kolika je površina stranica bazena?
- 911.** Jednakokrtačan trokut ima krakove duljine 5 i osnovicu duljine 3 cm. Kolike su površina i visina na osnovicu tog trokuta?
- 912.** Kolika je duljina stranice jednakostraničnoga trokuta površine 10 cm^2 ?
- 913.** Pokažite da je u jednakokrtačnom trokutu visina na osnovicu ujedno i simetrala kuta, i simetrala stranice, i težišnica.
- 914.** Neka je $|\overline{OA_1}| = 1$. Neka je točka A_2 takva da je $\overline{A_1A_2} \perp \overline{OA_1}$ i $|\overline{A_1A_2}| = 1$. Neka je točka A_3 takva da je $\overline{A_2A_3} \perp \overline{OA_2}$ i $|\overline{A_2A_3}| = 1$. Neka je točka A_4 takva da je $\overline{A_3A_4} \perp \overline{OA_3}$ i $|\overline{A_3A_4}| = 1$. Neka je točka A_5 takva da je $\overline{A_4A_5} \perp \overline{OA_4}$ i $|\overline{A_4A_5}| = 1$. Kolika je duljina $|\overline{OA_5}|$?
- 915.** Kolika je duljina dijagonale kvadrata površine 16 cm^2 ?
- 916.** Kolika je površina televizora duljine dijagonale 50 cm ako je omjer stranica $4 : 3$, a kolika ako je omjer stranica $16 : 9$? A onoga duljine dijagonale 100 cm?
- 917.** Jedna kateta pravokutnoga trokuta duplo je dulja od druge. Ako je površina 72, odredite kolika je hipotenuza?
- 918.** Jedrilica je plovila 6 km prema jugu, zatim 5 km prema istoku i na kraju još 4 km prema jugu. Koliko se ona udaljila od početne pozicije?
- 919.** Većem kvadratu upisan je manji kvadrat tako da vrhovi manjega dijele stranice većega kvadrata u omjeru $2 : 1$. Koliki je omjer površina ta dva kvadrata?
- 920.** Trokut $\triangle ABC$ sa stranicama $a = 10$, $b = 9$ i $c = 17$ cm ima površinu 36 cm^2 . Ako s P označimo polovište stranice \overline{AB} , kolika je površina trokuta $\triangle APC$?

921. Odredite površinu $\triangle ADF$ ako je



(a) $|AB| = 10$

(b) $|CG| = 18$

(c) $|ED| = \sqrt{2}$

(d) $P(HDGE) = 49$

(e) $P(ABCF) = 24$.

Biste li mogli izračunati površinu $\triangle ABE$ u svakom od ovih slučajeva? A od $\triangle GDB$?

922. U kvadrat površine 120 cm^2 upisan je manji kvadrat čiji su vrhovi polovišta stranica većega. Kolika je površina manjega kvadrata?
923. Trokut $\triangle ABC$ ima površinu 120 cm^2 . Točka D na stranici \overline{AB} dijeli tu stranicu u omjeru $2 : 3$ (tj. $|AD| : |DB| = 2 : 3$). Kolika je površina trokuta $\triangle ADC$?
924. Nacrtajte trokut, izmjerite mu stranice i visine te mu izračunajte površinu. Nacrtajte drugi trokut s dvostruko duljim stranicama. Kolike su njegove visine? A površina?
925. Odredite površinu romba čije su dijagonale duljine 4 i 6 cm.
926. Za koje će dimenzije terena pravokutnoga oblika, koji možete ograditi žičanom ogradom duljine 40 m, površina terena biti maksimalna?
927. Trebate ograditi teren pravokutnoga oblika koji se nalazi uz rijeku. Na raspolaganju imate 30 m žičane ograde i tom ogradom želite ograditi što veći teren, pri čemu stranicu uz rijeku nije potrebno ograđivati. Koje ćete dimenzije terena odabrati?
928. Kvadrat ima površinu 144 cm^2 . Kolika je duljina njegove dijagonale?
929. Televizor sa stranicama u omjeru $4 : 3$ ima dijagonalu duljine 82 cm. Kolika mu je površina?
930. Jedna stranica pravokutnika je 3 puta dulja od druge. Ako je površina pravokutnika 9 cm^2 , koliko mu je dugačka dijagonala?

- 931.** Odredite površinu trapeza $ABCD$ u kojem je $\angle A = 60^\circ$, $\angle C = 135^\circ$, $c = 4$, $d = 6$.
- 932.** Koliko je tkanine potrebno da se sašije šator širine 2 m, dužine 2.5 m i visine 2 m?
- 933.** Pravac p siječe x -os u točki $(0,6)$, a y -os u točki $(8,0)$.
- (a) Odredite površinu trokuta kojeg pravac odsijeca s koordinatnim osima.
 - (b) Odredite udaljenost ishodišta od pravca p .

10.8 Geometrijska preslikavanja

- 934.** Nacrtajte pravac p i odaberite dvije točke A i B . Translatirajte pravac p za vektor \overrightarrow{AB} .
- 935.** Nacrtajte neki trokut $\triangle ABC$ i neka je M polovište njegove stranice \overline{AB} . Translatirajte trokut za vektor \overrightarrow{AM} . Ako je površina trokuta $\triangle ABC$ jednaka P , kolika je površina presjeka trokuta i njegove slike?
- 936.** Konstruirajte trapez $ABCD$ ako su zadane duljine njegovih osnovica $|AB| = 6$ cm, $|CD| = 3$ cm te kutovi $\angle CAB = 60^\circ$ i $\angle ABD = 45^\circ$.
- 937.** Dana su tri pravca a , b i c tako da su a i b paralelni te ih pravac c siječe u po jednoj točki. Konstruirajte jednakostranični trokut $\triangle ABC$ sa stranicom zadane duljine d , tako da vrijedi $A \in a$, $B \in b$ i $C \in c$.
- 938.** Nacrtajte neki pravac p i odaberite točku C koja je od toga pravca udaljena za 3 cm. Rotirajte pravac p oko točke C za 60° . Kolika je udaljenost točke C od sjecišta pravca i njegove slike, pravca p' ?
- 939.** Konstruirajte kvadrat $ABCD$ sa stranicom duljine 4 cm te ga zarotirajte oko njegova centra simetrije za 45° . Kolika je površina osmerokuta $AA'BB'CC'DD'$?
- 940.** Unutar kuta α dana je točka C . Konstruirajte jednakokrani pravokutni trokut kojem je točka C vrh pravoga kuta, a od ostala dva vrha trokuta po jedan je na kracima kuta.
- 941.** Nacrtajte dva paralelna pravca a i b pa odredite centar simetrije pri kojoj se jedan preslikava na drugi.

942. Točka S središte je kvadrata $ABCD$, a točke M i N pripadaju pravcima AB i CD na kojima leže dvije njegove suprotne stranice. Konstruirajte kvadrat $ABCD$.
943. Unutar kuta α s vrhom u točki V i s kracima a i b dana je točka P . Konstruirajte dužinu \overline{AB} tako da vrijedi $A \in a$, $B \in b$ te da je P njezino polovište.
944. Unutar kružnice k dana je točka P . Konstruirajte tetivu kružnice kojoj je ta točka polovište.

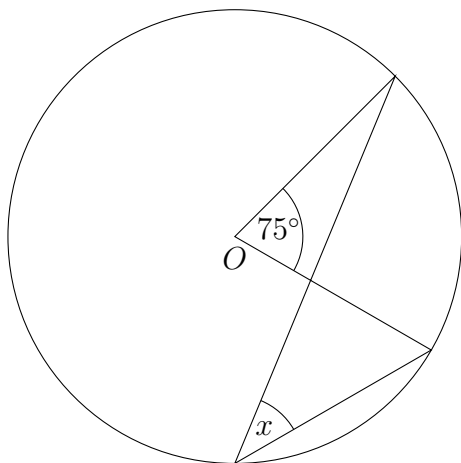
10.9 Krug i kružnica

945. Koliki kut zatvaraju kazaljke sata u 12 sati i 20 minuta?
946. Izračunajte duljinu kružnoga luka i površinu kružnoga isječka, ako je polumjer kruga jednak 10 cm, a pripadni središnji kut iznosi $25^\circ 30'$.
947. Mama je cijelu tortu podijelila na 4 kriške kojima se pripadni središnji kutovi odnose kao $1 : 2 : 3 : 4$. Koliki su ti kutovi?
948. Izračunajte površinu isječka kružnoga vijenca kojem je r polumjer unutarnje, a $2r$ polumjer vanjske kružnice, ako je pripadni središnji kut jednak $62^\circ 15'$.
949. Površina kruga opisanoga pravilnom šesterokutu iznosi 100π . Kolika je površina šesterokuta?
950. Površina kruga upisanoga u jednakostraničan tokut iznosi 48π . Koliki je opseg trokuta?
951. Dva kruga imaju polumjere 5 cm i 12 cm. Koliki je polumjer kruga kojem je površina jednaka zbroju površina zadanih krugova?
952. Zadan je kružni isječak površine $P = 64 \text{ cm}^2$ i opsega $O = 32 \text{ cm}$. Izračunajte duljinu luka kružnoga isječka.
953. Površina kružnog isječka s pripadnim kutom $\alpha = 30^\circ$ iznosi $P = \frac{\pi}{3} \text{ cm}^2$. Izračunajte polumjer kruga kojem taj isječak pripada.
954. Površina kružnoga vijenca jednaka je četvrtini površine unutarnjega kruga. Izračunajte omjer polumjera vanjskoga i unutarnjega kruga.

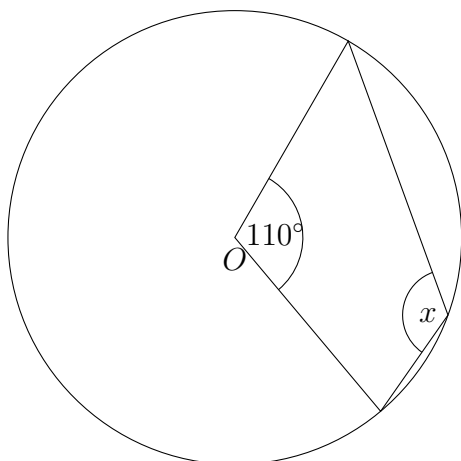
- 955.** U kružnicu polumjera r upisani su jednakostranični trokut i kvadrat. Izračunajte omjer površina trokuta i kvadrata.
- 956.** Izračunajte površinu i opseg kružnoga odsječka s tetivom kojoj pripada središnji kut $\alpha = 45^\circ$, ako je polumjer kruga jednak $r = 2$ cm.
- 957.** Kvadratu sa stranicom a upisana je i opisana kružnica. Izračunaj površinu nastaloga kružnog vijenca.
- 958.** Polumjeri triju kružnica koje se međusobno dodiruju izvana odnose se kao $3 : 5 : 7$. Kako se odnose međusobne udaljenosti njihovih središta?
- 959.** Tetiva kružnice ima duljinu 30 cm, a njezina udaljenost od središta kružnice je za 9 cm manja od polumjera. Odredite polumjer kružnice.
- 960.** U krug polumjera 2 cm upisan je trapez kojem je jedna osnovica promjer kruga, a druga osnovica je tetiva s pripadnim središnjim kutom 60° . Odredite površinu trapeza.
- 961.** Oko kruga polumjera 1 cm opisan je jednakokračan trapez površine 5 cm^2 . Odredite opseg trapeza.
- 962.** U kružnici su zadane dvije tetive duljina 3 i $\sqrt{6}$. Ako tetiva duljine 3 ima središnji kut 120° , koliki je središnji kut druge tetive?
- 963.** U šiljasti kut upisana je kružnica. Dirališta dijele kružnicu na lukove koji se odnose kao $3 : 5$. Koliko stupnjeva ima taj kut?

964. Odredite nepoznate kuteve

(a)

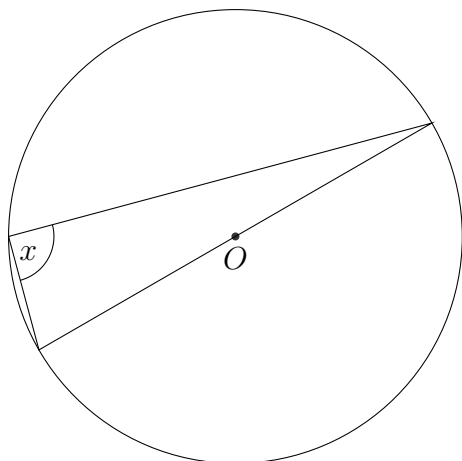


(b)

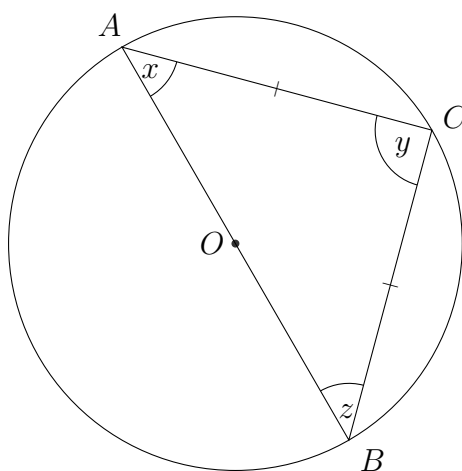


10. GEOMETRIJA

(c)

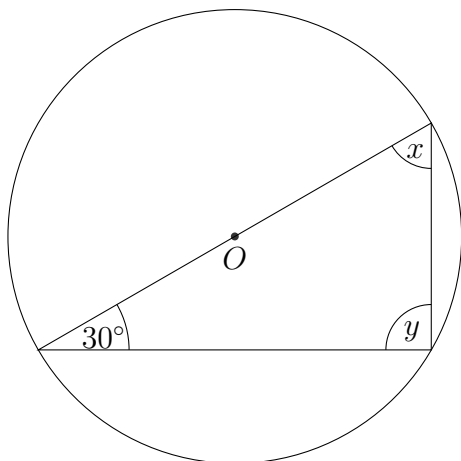


(d)

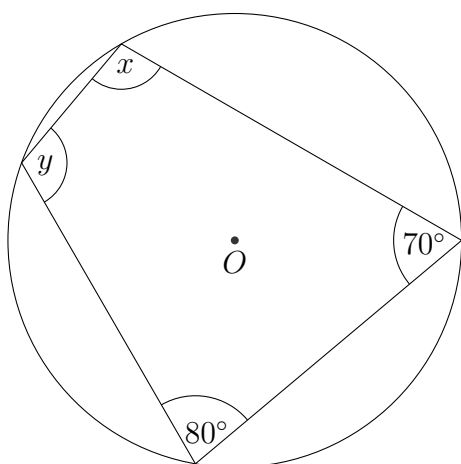


$$\overline{AC} = \overline{BC}$$

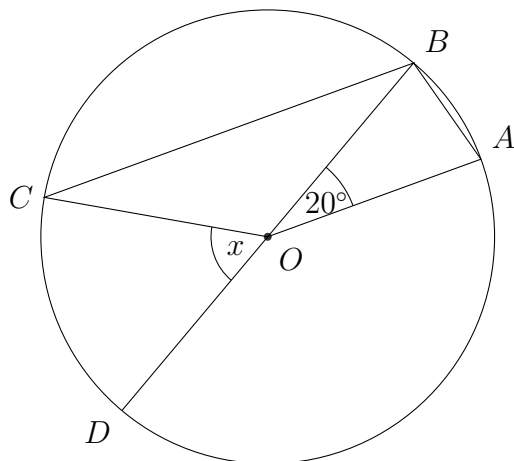
(e)



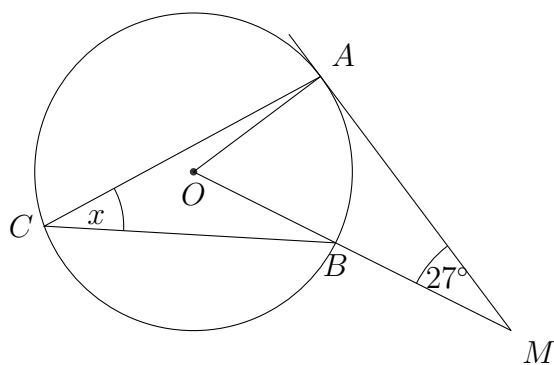
(f)



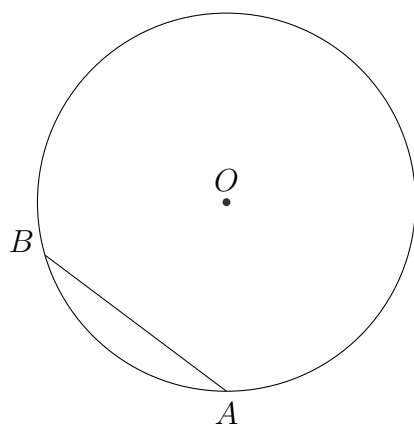
965. Odredite nepoznati kut na slici ako je $OA \parallel CB$:



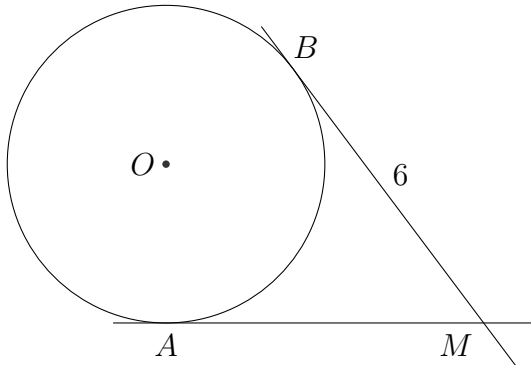
966. Odredite nepoznati kut na slici ako je MA tangenta na kružnicu



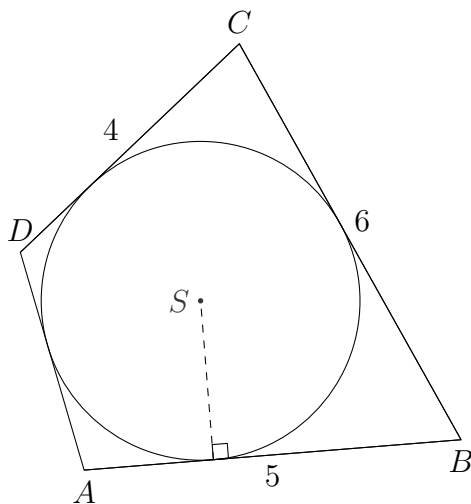
967. Tetiva \overline{AB} udaljena je 8 cm od središta O kružnice radijusa 10 cm. Odredite duljinu tetive.



968. Iz točke M povučene su dvije tangente na kružnicu radijusa 3 cm. Ako je jedno diralište udaljeno 6 cm od točke M , koliko je udaljeno drugo diralište?



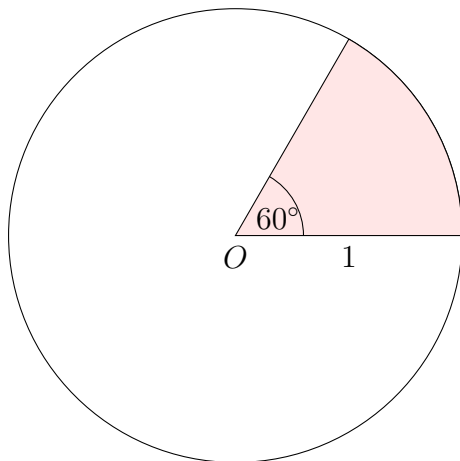
969. U tangencijalnom četverokutu duljine stranica su: $a = 5$, $b = 6$, $c = 4$ cm. Kolika je duljina stranice d ? U kakvoj je vezi ovaj zadatak s 968. zadatkom?



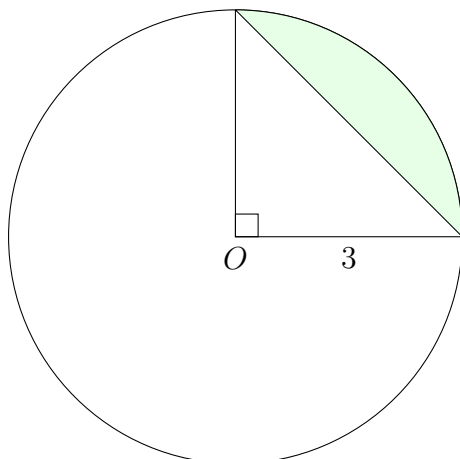
970. Konstruirajte pravokutni trokut u kojem duljine projekcija kateta na hipotenuzu iznose $p = 2$, $q = 3$ cm.
971. Konstruirajte pravokutni trokut u kojem je hipotenuza $c = 7$ i visina nad hipotenuzom $v_c = 3$ cm.
972. Odredite tražene veličine, pri čemu se P odnosi na osjenčanu površinu:

10. GEOMETRIJA

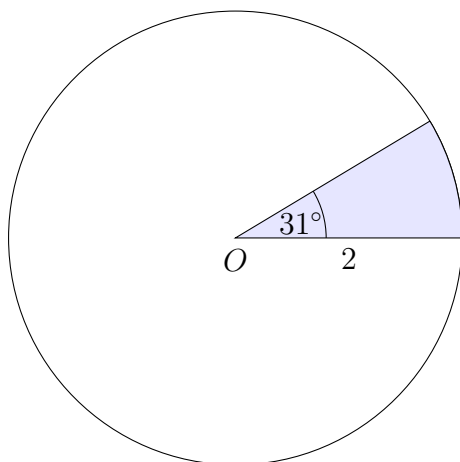
(a) $P = ?$



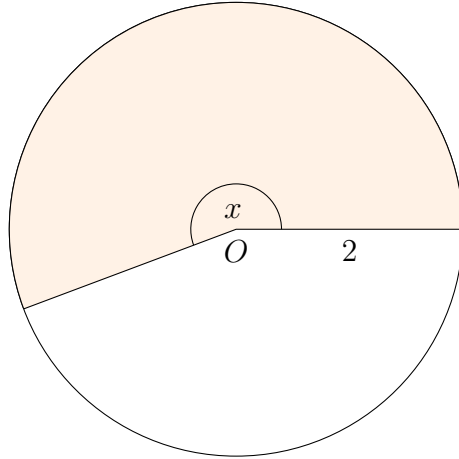
(b) $P = ?$



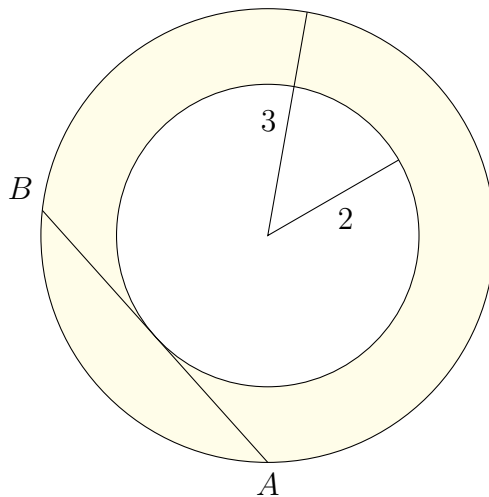
(c) $P = ?$



(d) $P = 7 \text{ cm}^2$, $r = 2 \text{ cm}$, $x = ?$



(e) $P = ?$, $|AB| = ?$

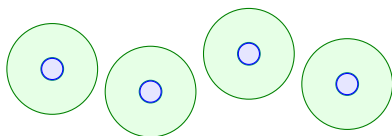


973. Odredite površinu i opseg kruga ako je:

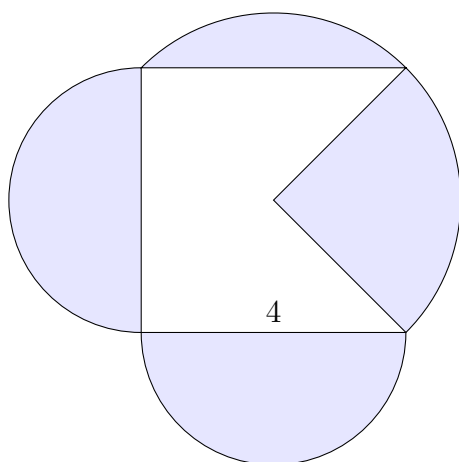
- (a) $r = 3.5 \text{ cm}$
- (b) $o = 25 \text{ cm}$
- (c) $P = 36\pi \text{ cm}^2$.

974. Odredite duljine kružnih lukova pripadnih osjenčanim površinama u 972. zadatku, (a)–(d).

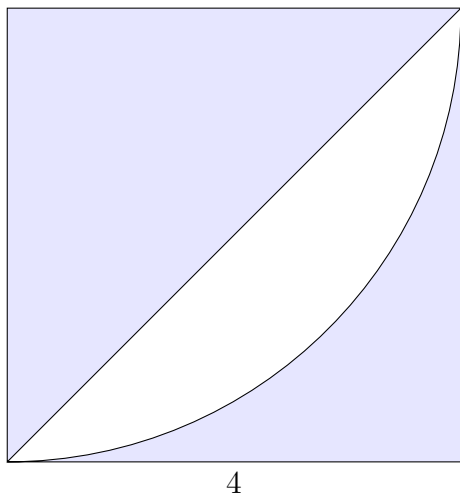
975. Četiri plastične boce radijusa 6 cm želimo povezati ljepljivom trakom. Hoće li nam 80 cm trake biti dovoljno? Obrazložite.



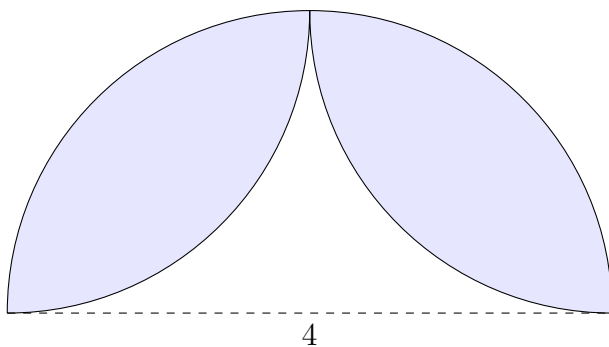
- 976.** Nacrtajte krug radijusa 10 cm. Pomoću kvadratne mreže s kvadratima stranica 2 cm približno izračunajte površine. Napravite isto pomoću kvadratne mreže s kvadratima stranica 1 cm, 0.5 cm te, ako imate vremena, 0.2 ili 0.1 cm.
- 977.** Nad dvjema susjednim stranicama kvadrata upisana su dva polukruga. Duljina stranica kvadrata iznosi 8 cm. Kolika je površina dijela kvadrata izvan tih polukrugova.
- 978.** Kotači automobila imaju promjer 60 cm. Koliko se puta kotači okrenu u minuti pri brzini od 60 km/h?
- 979.** Metalni lim svinut je u cilindar visine 15 i promjera 18 cm. Kolika je površina lima?
- 980.** Koliko je samoljepljive trake potrebno da se njome oviju 2 kantice promjera 12 cm?
- 981.** Konstruirajte pravokutni trokut hipotenuze $c = 6$ cm i visine $v_c = 2$ cm.
- 982.** Konstruirajte romb stranice $a = 5$ i visine $v = 3$ cm.
- 983.** Konstruirajte trokut u kojem je $a = 6$, $v_a = 4$, $\alpha = 60^\circ$.
- 984.** Na kružnici su redom odabrane točke A, B, C, D te je ucrtan četverokut. Ako je $\angle DAB = 80^\circ$, koliki je $\angle BCD$?
- 985.** Odredite površinu osjenčanoga dijela na slici:



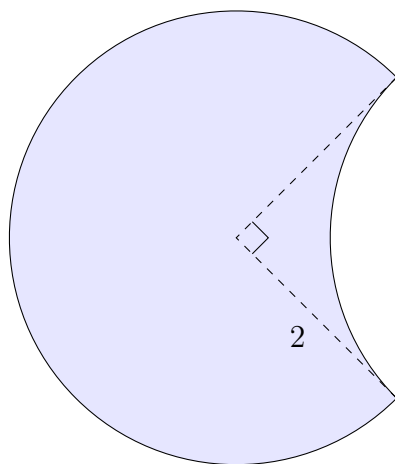
986. Odredite površinu osjenčanoga dijela na slici:



987. Odredite površinu osjenčanoga dijela na slici:

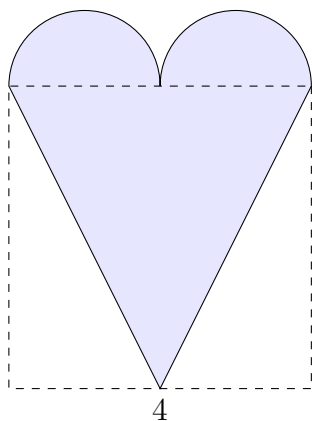


988. Odredite površinu osjenčanoga dijela na slici:

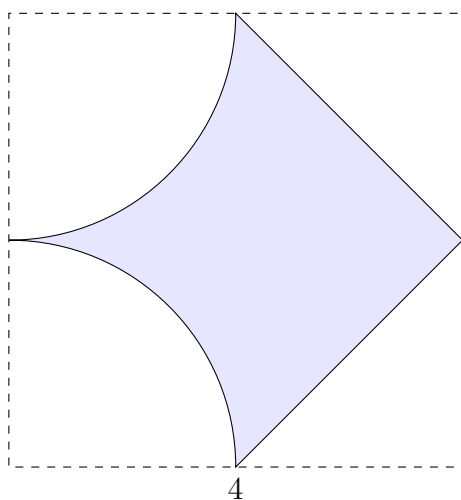


10. GEOMETRIJA

989. Odredite površinu osjenčanoga dijela na slici:

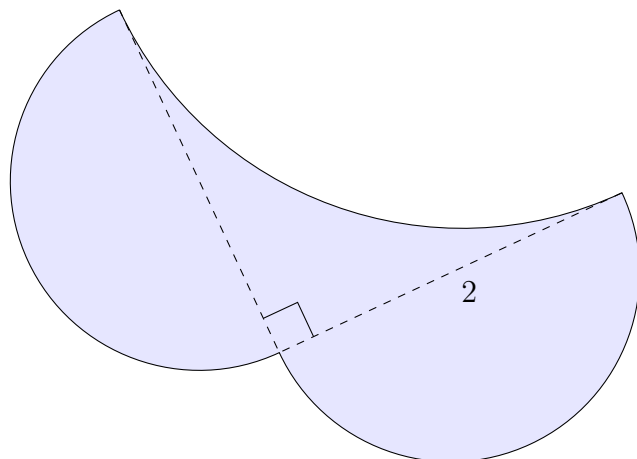


990. Odredite površinu osjenčanoga dijela na slici:

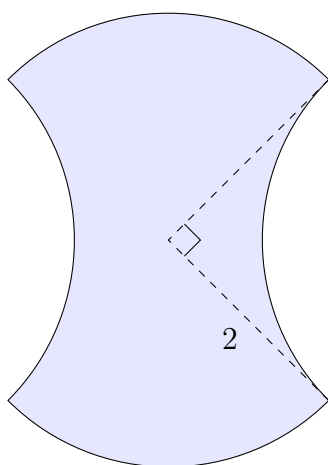


991. Odredite površinu osjenčanoga dijela na slici:

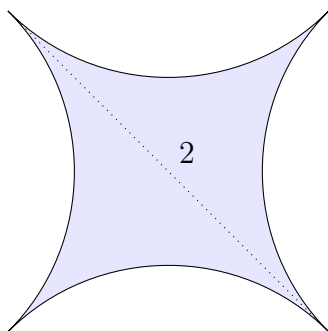
(a)



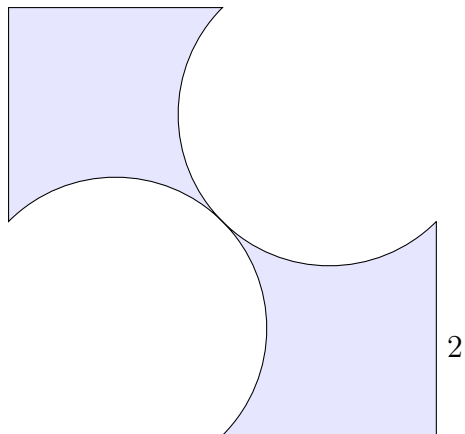
(b)



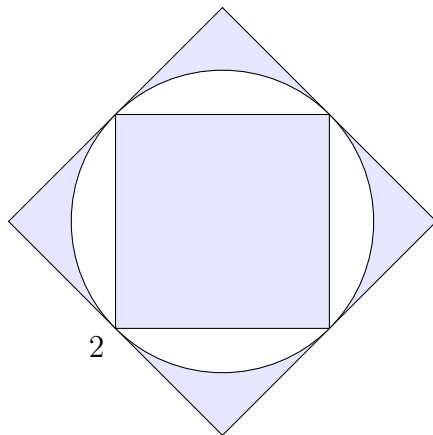
(c)



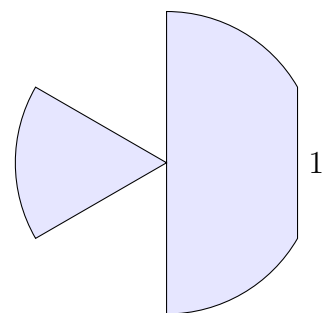
(d)



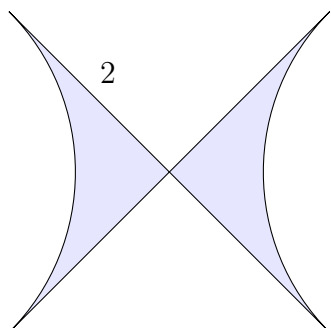
(e)



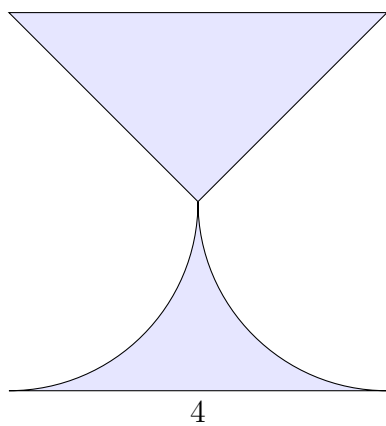
(f)



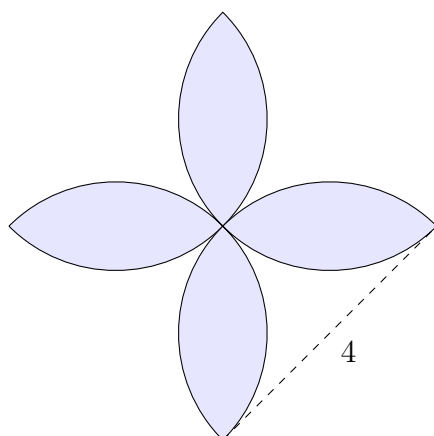
(g)



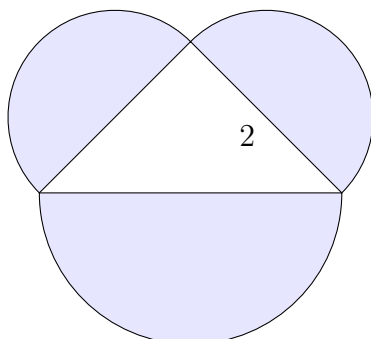
(h)



(i)



(j)



10.10 Geometrijska tijela

- 992.** Odredite volumen i oplošje četverostrane uspravne prizme kojoj je baza pravokutnik sa stranicama $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, a visina joj iznosi $H = 5$ cm.
- 993.** Izračunajte volumen kvadra kojem su površine pobočaka jednake 2 m², 3 m² i 6 m².
- 994.** Bridovi kvadra odnose se kao $1 : 2 : 3$. Volumen kvadra iznosi 162 m³. Izračunajte oplošje kvadra.
- 995.** Baza uspravne prizme je romb s dijagonalama e i f . Kolika mora biti visina prizme da bi joj oplošje i volumen bili istoga iznosa?
- 996.** U kuglu polumjera 3 cm upisana je kocka. Izračunajte duljinu brida kocke.
- 997.** U kuglu je upisana kocka. Izračunajte omjer oplošja kugle i kocke.
- 998.** Kocki s bridom a upisana je i opisana kugla. Kako se odnose polumjeri tih kugli?
- 999.** Baza piramide je trokut sa stranicama $a = 12$ cm, $b = 20$ cm i $c = 16$ cm, a svaki bočni brid iznosi 26 cm. Izračunajte volumen i oplošje piramide.
- 1000.** Izračunajte volumen i oplošje uspravne kvadratne piramide, ako je bočni brid jednak 9 cm, a visina piramide za 1 cm manja od brida baze.

- 1001.** Čaša valjkastoga oblika visine 10 cm i promjera baze 6 cm napunjena je tekućinom do pola visine. Ako u tekućinu uronimo kuglu polumjera 1.5 cm, za koliko će se podići razina vode u čaši?
- 1002.** Izračunajte visinu H uspravnoga valjka, ako mu je volumen jednak 4 cm^3 , a opseg baze $3\pi\text{ cm}$.
- 1003.** Oplošje uspravnoga valjka iznosi $8\pi\text{ cm}^2$, a visina mu je za 1 cm dulja od promjera baze. Izračunajte površinu plašta i volumen valjka.
- 1004.** Stožac s bazom polumjera $r = 4\text{ cm}$ ima visinu $H = 5\text{ cm}$. Ravnina paralelna s bazom siječe ga na dva dijela na udaljenosti 2 cm od baze. Kako se odnose volumeni dobivenih tijela?
- 1005.** Plašt stošca ima površinu 15π , a visina stošca jednaka je 4. Izračunajte oplošje i volumen stošca.
- 1006.** Visina stošca iznosi 12 dm, a volumen $324\pi\text{ dm}^3$. Ako plašt tog stošca razvijemo u kružni isječak, koliki je njegov središnji kut?
- 1007.** Izvodnica stošca jednaka je promjeru baze stošca. Ako volumen stošca iznosi $3\pi\text{ cm}^3$, koliki je polumjer baze stošca?
- 1008.** Kružni isječak polumjera 3 cm sa središnjim kutom 120° je plašt uspravnoga stošca. Koliki je polumjer baze tog stošca? Izračunajte oplošje stošca.
- 1009.** Trokut sa stranicama $a = 13\text{ cm}$, $b = 14\text{ cm}$ i $c = 15\text{ cm}$ rotira oko stranice a . Odredite oplošje i volumen nastaloga rotacijskog tijela.
- 1010.** Pravokutni trokut s hipotenuzom duljine 8 cm i jednim kutom jednakim 30° rotira oko hipotenuze. Koliki je volumen nastaloga tijela?
- 1011.** Ako se polumjer kugle uveća za 3, njezin volumen će se uvećati za 252π . Koliko se poveća oplošje?

Rješenja

1. (a) sud (b) nije sud (c) sud (d) nije sud (e) nije sud (f) sud (g) nije sud.

2. (a) $2+3 \neq 5$ (c) $\sqrt{3}$ je iracionalan broj. (f) Trokut sa stranicama 20, 30 i 50 nije pravokutni.

3. (a) Pada kiša i kolnici su mokri. (b) Pada kiša ili su kolnici mokri. (c) Ako pada kiša, onda su kolnici mokri. (d) Pada kiša ako i samo ako su kolnici mokri..

4. (a) Ne pada kiša ili kolnici nisu mokri. (b) Ne pada kiša i kolnici nisu mokri. (c) Pada kiša, a kolnici nisu mokri. (d) Pada kiša, a kolnici nisu mokri, ili, ne pada kiša, a kolnici jesu mokri.

5. (a)

A	B	$A \Rightarrow B$	$B \Rightarrow (A \Rightarrow B)$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	1	1

(b)

A	B	$A \Rightarrow B$	$A \wedge (A \Rightarrow B)$	$(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	1	1	1	1

(c)

A	B	$(A \Rightarrow B)$	$(\bar{A} \vee B)$	$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\bar{A} \vee B)$
0	0	1	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	1	1	1	0

(d)

A	B	$B \Rightarrow A$	$A \vee (B \Rightarrow A)$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	1	1
1	1	1	1

(e)

A	B	$\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$	$(\overline{B} \Rightarrow \overline{A}) \wedge A$
0	0	1	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	1	1	1

(f)

A	B	$\overline{(A \vee \overline{B})}$	$\overline{(A \vee \overline{B})} \vee A$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	0	1

6. (a)

p	q	$p \vee q$	$\overline{(p \wedge q)}$	$(p \vee q) \Rightarrow \overline{(p \wedge q)}$
0	0	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	1	1	1
1	1	1	0	0

(b)

p	q	$\overline{(p \Rightarrow q)}$	$p \vee q$	$\overline{(p \Rightarrow q)} \wedge (p \vee q)$
0	0	0	0	0
0	1	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

(c)

p	q	$p \wedge \overline{q}$	$p \vee q$	$(p \wedge \overline{q}) \Rightarrow (p \vee q)$
0	0	0	0	1
0	1	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1

(d)

p	q	$p \wedge \overline{q}$	$p \Rightarrow q$	$(p \wedge \overline{q}) \vee (p \Rightarrow q)$
0	0	0	1	1
0	1	0	1	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1

(e)

p	q	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \Rightarrow \bar{p}$	$((p \wedge q) \Rightarrow \bar{p}) \vee q$
0	0	0	1	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1
1	1	1	0	1

(f)

p	q	$\bar{p} \Rightarrow \bar{q}$	$(\bar{p} \Rightarrow \bar{q}) \wedge p$
0	0	1	0
0	1	0	0
1	0	1	1
1	1	1	1

(g)

p	q	$\bar{p} \wedge q$	$p \Rightarrow q$	$(\bar{p} \wedge q) \vee (p \Rightarrow q)$
0	0	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	1	0	1	1

(h)

p	q	$\bar{p} \vee \bar{q}$	$(\bar{p} \vee \bar{q}) \Rightarrow p$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

(i)

p	q	$p \wedge \bar{q}$	$p \vee q$	$(p \wedge \bar{q}) \Rightarrow (p \vee q)$
0	0	0	0	1
0	1	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1

7. (a) Ako je prirodan broj djeljiv s 21, onda je djeljiv i s 3 i sa 7. Ako prirodan broj nije djeljiv s 21, onda nije djeljiv s 3 ili nije djeljiv sa 7. (b) Ako je $\log x > 0$, onda je $x > 1$. Ako je $\log x \leq 0$, onda je $x \leq 1$. (c) Ako je $x > 1$, onda je $x^2 > 1$. Ako je $x \leq 1$, onda je $x^2 \leq 1$. (d) Ako jednačba $ax^2 + bx + c = 0$ ima realna rješenja, tada je $b^2 - 4ac \geq 0$. Ako jednačba $ax^2 + bx + c = 0$ nema realna rješenja, tada je $b^2 - 4ac < 0$. (e) Ako je $\frac{m}{n} = 0$, onda je $m = 0$. Ako je $\frac{m}{n} \neq 0$, onda je $m \neq 0$. (f) Ako je $a \cdot b$ djeljiv s 3, onda je a ili b djeljiv s 3. Ako $a \cdot b$ nije djeljiv s 3, onda niti a niti b nisu djeljivi s 3.

8. (a) \top (b) \top (c) \perp (d) \top (e) \top (f) \top .

9. (a) Broj $\sqrt{20}$ nije veći od 4, ili je veći od 5. (b) Broj 18 nije djeljiv s 3 ili nije djeljiv s 4. (c) Pravokutni trokut nema jedan kut od 90° ili nema jedan kut od 60° . (d) Dva paralelna pravca ne sijeku se ni u jednoj ni u dvjema tačkama. (e) Neki prirodan broj nije djeljiv ni s 2 ni s 3.

10. (a) $(\forall x \in \mathbb{R})(x^2 + 2x + 2 > 0)$ (b) $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists n \in \mathbb{N})(n > x^2)$ (c) $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N})(x > \frac{1}{n})$ (d) $(\forall n \in \mathbb{Z})(\exists m \in \mathbb{N})(m = |n|)$ (e) $(\exists x \in \mathbb{R})(x > 0) \wedge (\forall n \in \mathbb{N})(x < n^2)$ (f) $(\exists n \in \mathbb{N})(n < 5) \wedge (n^2 > 20)$.

11. (a) \top (b) \top (c) \top (d) \top (e) \top (f) \perp .

- 12.** (a) Ako je n djeljiv s 4, onda je i n^2 djeljiv s 4. Ako n nije djeljiv s 4, onda je i n^2 nije djeljiv s 4. Postoji n koji nije djeljiv s 4, a n^2 je djeljiv s 4.
- (b) Ako je prirodan broj n manji ili jednak 6, onda je n manji od 7. Ako je prirodan broj n veći od 6, onda je n veći ili jednak 7. Postoji prirodan broj n veći od 6, koji je manji od 7.
- (c) Ako 3 dijeli prirodan broj n , onda i 6 dijeli n . Ako 3 ne dijeli prirodan broj n , onda ni 6 ne dijeli n . Postoji prirodan broj n djeljiv sa 6 koji nije djeljiv s 3.
- (d) Ako su svi kutevi u trokutu ABC manji ili jednaki 90° , onda je trokut ABC pravokutni. Ako je neki kut u trokutu ABC veći od 90° , onda trokut ABC nije pravokutni. Postoji pravokutni trokut ABC u kojem je neki kut veći od 90° .
- (e) Ako je $-n$ veći od -7 , za cijeli broj n , onda je i n veći od 7. Ako je $-n$ manji ili jednak -7 , za cijeli broj n , onda je i n manji ili jednak 7. Postoji cijeli broj n veći od 7 takav da je $-n$ manji ili jednak -7 .
- (f) Ako je n^2 veći od 25, za cijeli broj n , onda je i n veći od 5. Ako je n^2 manji ili jednak 25, za cijeli broj n , onda je i n manji ili jednak 5. Postoji cijeli broj n veći od 5 za koji je n^2 manji ili jednak 25.
- (g) Ako je ab veći od 1, za realne brojeve a, b , onda su i a i b veći od 1. Ako je ab manji ili jednak 1, za realne brojeve a, b , onda je a ili b manji ili jednak 1. Postoje realni brojevi a, b , oba veći od 1, za koje je ab manji ili jednak 1.
- (h) Ako je prirodan broj n djeljiv s 8, onda je djeljiv i s 2 i s 4. Ako prirodan broj n nije djeljiv s 8, onda nije djeljiv s 2 ili s 4. Postoji prirodan broj n koji je djeljiv s 2 ili s 4, ali nije s 8.
- (i) Ako je prirodan broj n djeljiv s 4, onda je paran. Ako prirodan broj n nije djeljiv s 4, onda je neparan. Postoji paran prirodan broj n koji nije djeljiv s 4.
- (j) Ako je x^2 veći od 9, za realan broj x , onda je i x veći od 3. Ako je x^2 manji ili jednak 9, za realan broj x , onda je i x manji ili jednak 3. Postoji realan broj x veći od 3 čiji je kvadrat manji ili jednak 9.

Istinitost sudova navodimo za početni sud i za obrat. Obrat po kontapoziciji uvijek je ekvivalentan početnom sudu, dok negacija uvijek ima suprotnu istinosnu vrijednost: (a) \perp, \top (b) \top, \top (c) \top, \top (d) \top, \perp
 (e) \perp, \perp (f) \top, \perp (g) \top, \perp (h) \perp, \top (i) \perp, \top (j) \top, \perp .

17. Tautologija.

18. Tautologija.

24. Da.

25. Da.

26. Da.

27. Tautologija.

28. Tautologija.

29. (a) $r \Leftrightarrow (p \ \& \ q)$ (b) $\neg q \Rightarrow \neg r$ (c) $(q \ \& \ \neg p) \Rightarrow \neg r$

30. Ne.

31. Da.

33. Da.

34. $A \cap B = \{2,3\}$, $C \cap A = \{8,9\}$, $B \cap C = \emptyset$, $A \cup B = \{1,2,3,5,7,8,9,10\}$,
 $B \cup C = \{2,3,4,5,6,7,8,9\}$

35. $A^c = \{4,5,6,7\}$, $B^c = \{1,4,6,8,9,10\}$, $C^c = \{1,2,3,5,7,10\}$

36. $B \setminus C = \{2,3,5,7\}$, $C \setminus B = \{4,6,8,9\}$, $A \setminus C = \{1,2,3,10\}$, $A \setminus B = \{1,8,9,10\}$

37. $A \cap B \cap C = \emptyset$, $A \cup B \cup C = U$, $(A \cup C) \setminus B = \{1,4,6,8,9,10\}$, $A \setminus (B \setminus C) = \{1,8,9,10\}$,
 $B \setminus (A \cup C) = \{5,7\}$, $B \setminus A = \{5,7\}$, $(B \setminus A) \cup (B \setminus C) = \{2,3,5,7\}$

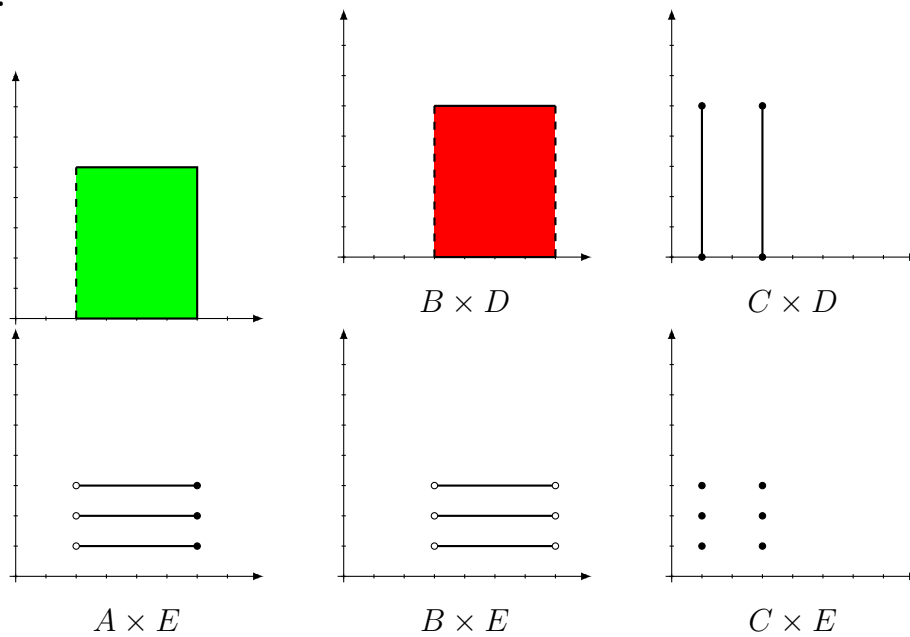
38. $B \cap A^c = \{3,5,9\}$, $(B \cup A) \setminus C = \{2,5,6,8\}$, $C \cap (A \setminus B) = \{4\}$

39. $B^c \cup C = \{1,3,4,5,6,7,8,10\}$, $(A \setminus C) \cap B = \{2,8\}$, $C \setminus (A \cup B) = \{1\}$

40. $B \cup C^c = \{2,3,5,6,7,8,9,10\}$, $(B \cap C) \setminus A = \{6,10\}$, $A \cup (B \setminus C) = \{1,2,3,5,8,9\}$

41. $C \cap A^c = \{2,6,10\}$, $B \setminus (A \cap C) = \{1,2,6,8\}$, $(C \setminus A) \cup B = \{1,2,4,6,8,10\}$

42.



45. (a) $A \setminus (B \cap C) \supseteq (A \setminus B) \cap C$, (b) $(A \cup C) \cap B \subseteq (B \cap C) \cup A$,
 (c) $B \setminus (A \cup C) \subseteq (B \setminus A) \cup C$, (d) $C \cup (A \setminus B) \supseteq (C \cup A) \setminus B$, (e)
 $(B \cup C) \setminus A \subseteq B \cup (C \setminus A)$, (f) $(B \setminus C) \cap A \subseteq B \setminus (C \cap A)$, (g)
 $(B \cup A) \cap C \subseteq B \cup (A \cap C)$, (h) $(A \cap C) \cup B \supseteq (B \cup C) \cap A$.

46. (a) (i) $(B \cup C) \setminus A \supseteq C \setminus A$, (ii) $(A \cap B) \setminus (A \setminus C) \subseteq (A \cap C) \cup (B \setminus C)$,
 (iii) $(A \cap C) \setminus B \subseteq C \setminus B$.

(b) (i) $(B \cup C) \setminus A = \{2,3,7,9,10\}$ i $C \setminus A = \{3,9,10\}$, (ii) $(A \cap B) \setminus (A \setminus C) = \{5,8\}$ i $(A \cap C) \cup (B \setminus C) = \{1,2,4,7,5,6,8\}$, (iii) $(A \cap C) \setminus B = \{1,6\}$ i $C \setminus B = \{1,6,9,10\}$.

48. 1. rješenje: $X = \{1,2,3,4\}$, $Y = \{1,5\}$, $Z = \{2,3,4,5\}$;
 2. rješenje: $X = \{1,2,3,4,5\}$, $Y = \{1\}$, $Z = \{2,3,4\}$

58. $(\mathcal{P}(A) \setminus \mathcal{P}(B)) \cup (\mathcal{P}(B) \setminus \mathcal{P}(A)) = \{\{r\}, \{s\}, \{t\}, \{p,r\}, \{q,r\}, \{p,s\}, \{p,t\}, \{q,s\}, \{q,t\}, \{s,t\}, \{p,q,r\}, \{p,q,s\}, \{p,q,t\}, \{p,s,t\}, \{q,s,t\}, \{p,q,s,t\}\}$

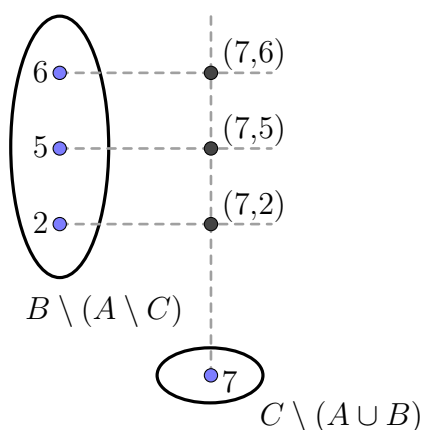
59. $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{a\}\}, \{\{b\}\}, \{\emptyset, \{a\}\}, \{\emptyset, \{b\}\}, \{\{a\}, \{b\}\}, A\}$

60. $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{\{a,b\}\}, \{\{a,c\}\}, \{\{b,c\}\}, \{\{a,b\}, \{a,c\}\}, \{\{a,b\}, \{b,c\}\}, \{\{a,c\}, \{b,c\}\}, A\}$

63. $S = \{b, e\}$

64. (a) Da (b) Da

65. $(C \setminus (A \cup B)) \times (B \setminus (A \setminus C)) = \{(7,2), (7,5), (7,6)\}$



66. (a) $X = A \cap B$ (b) $X = A \setminus B$

68. $A = \{2,3,5,7\}$, $B = \{2,4,6,8\}$, $C = \{1,2,4,8\}$

69. (a) $A \cup B = \{3,5,6,9,10,12,15,18,20,21,24,25,27,30,35,40\}$

(b) $A \cap B = \{15,30\}$ (c) $B \setminus A = \{5,10,20,25,35,40\}$

(d) $A \setminus B = \{3,6,9,12,18,21,24,27\}$

70. $A \cup B = \langle 1,4 \rangle$ $A \cap B = [2,3)$

71. $A \cap B = \langle 3, +\infty \rangle$

73. (a) Da (b) Ne (c) Ne

74. Moraju biti disjunktni.

99. $7 + 8 = 7 + 3 + 5 = 10 + 5 = 15$ ili $7 + 8 = 5 + 2 + 8 = 5 + 10 = 15$.
Koristimo asocijativnost.

100. Na 7 načina ako ne dozvoljavamo 0 kao pribrojnik.

102. Npr. tako da dodamo 3 umanjniku i umanjitelju $33 - 17 = 36 - 20 = 16$.

104. (a) 66 (b) 110 (c) 73 (d) 476

105. (a) $5 \cdot 8 + 12 : 4 - 2$ (b) $(5 \cdot 8 + 12) : 4 - 2$ (c) $5 \cdot [8 + 12 : (4 - 2)]$

106. (a) 2640 (b) 2091

107. 1

108. 1

109. 1

110. Npr. $33 \cdot 3 + 3 : 3$

111. $2^{100} < 5^{50} < 3^{75}$

112. $7^{12} < 2^{36} < 3^{24}$

132.

$$\begin{array}{r} 7 \ 0 \ 2 \ 8 \\ - \ 2 \ 9 \ 0 \ 5 \\ \hline 4 \ 1 \ 2 \ 3 \end{array}$$

133.

$$\begin{array}{r}
 7\ 2\ 8\ \cdot\ 4\ 5 \\
 \hline
 2\ 9\ 1\ 2 \\
 +\ 3\ 6\ 4\ 0 \\
 \hline
 3\ 2\ 7\ 6\ 0
 \end{array}$$

134.

$$\begin{array}{r}
 1\ 3\ 8\ 5\ \cdot\ 4\ 3 \\
 \hline
 5\ 5\ 4\ 0 \\
 +\ 4\ 1\ 5\ 5 \\
 \hline
 5\ 9\ 5\ 5\ 5
 \end{array}$$

135. $A = 1, B = 4, C = 8$ 136. $A = 2, N = 1, T = 7, E = 8$ 137. (a) $(1754)_{10}$ (b) $(2826)_{10}$ (c) $(3594)_{10}$

138. (a) 102101 (b) 11111000110

139. (a) $(210)_5, (67)_8, (47)_{12}$ (b) $(1212)_5, (266)_8, (132)_{12}$
(c) $(13113)_5, (12046)_8, (2B9A)_{12}$ (d) $(311302)_5, (23732)_8, (5AA2)_{12}$ 140. (a) $(85)_{10}$ (b) $(159)_{10}$ (c) $(235)_{10}$ 141. (a) $(1110101)_2$ (b) $(15725)_8$ 142. (a) $(3322)_7$ (b) $(10404)_5$ (c) $(12203)_4$

143. Istinito.

144. 4

145. 10000101100

146. (a) 10001000110 (b) 100111011 (c) 10101001 (d) 1001011101

147. (a) 1971, 804, 25

148. (b) $(20503)_6$ (c) 2775149. (b) $(1020043)_6$ (c) 49275150. (a) $(5223)_6$ (b) 1167

151. (a) $(2140)_6$ i ostatak 3 (b) 492 i ostatak 3
152. (a) 1971, 804, 25
153. (b) $(10210210)_3$ (c) 2775
154. (b) $(2111121000)_3$ (c) 49275
155. (a) $(1121020)_3$ (b) 1167
156. (a) $(112220)_3$ (b) 402
157. (a) 1972, 804, 25
158. (b) $(11043)_7$ (c) 2775
159. (b) $(263442)_7$ (c) 449275
160. (a) $(3255)_7$ (b) 1167
161. (a) $(1302)_7$ i ostatak 3 (b) 492 i ostatak 3
162. (a) 2892, 1174, 28
163. (b) $(7742)_8$ (c) 4066
164. (b) $(236120)_8$ (c) 80976
165. (a) $(3266)_8$ (b) 1718
166. (a) $(1323)_8$ (b) 723
167. (a) 1971, 804, 25
168. (b) $(223113)_4$ (c) 2775
169. (b) $(30001323)_4$ (c) 49275
170. (a) $(102033)_4$ (b) 1167
171. (a) $(22101)_4$ (b) 657
172. 14 ili 25 ili 36 ili 47 ili 58 ili 69
174. $3|3$ i $3|6$, a $3 \nmid 88 = 500 - 412$

175. 288

176. Jasno je da $3|n$. Treba vidjeti da i $2|n$. Ako je k paran, tada je i k^2 paran pa je i n paran, tj. djeljiv s 2. Ako je k neparan, tada je i k^2 neparan pa je n paran.

181. 313

182. 1222

183. $b = 6$

184. $a = 5, b = 0$ ili $a = 3, b = 2$ ili $a = 1, b = 4$ ili $a = 8, b = 6$ ili $a = 6, b = 8$

186. 233

187. 211

202. $111 = 37 \cdot 3$, $297 = 11 \cdot 3^3$, $255 = 5 \cdot 3 \cdot 17$, $18144 = 3^4 \cdot 2^5 \cdot 7$,
 $49725 = 5^2 \cdot 3^2 \cdot 13 \cdot 17$

203. (a) $480 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5$ (b) $600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$ (c) $1224 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 17$
(d) $4563 = 3^3 \cdot 13^2$ (e) 211 je prost broj

204. (a) $4642 = 2 \cdot 11 \cdot 211$ (b) $5760 = 2^7 \cdot 3^2 \cdot 5$

205. (a) 2, 5, 25, 125, 3 (b) 2, 4, 3, 9 (c) Niti s jednim od navedenih brojeva.

207. (a) $a = 5, b = 9$ (b) $a = 5, b = 6$ (c) $a = 6, b = 5$ (d)
 $a = 3, b = 7$ ili $a = 4, b = 1$

208. 24

211. (b) sve su prosti brojevi (c) tražeći djelitelje do \sqrt{m} (e) djeljiv je s 41

212. (a) 6 (b) 3 (c) 1 (d) 5 (e) 15 (f) 18 (g) 14 (h)
2 (i) 1 (j) 2401

214. (a) 75 (b) 75

215. (a) 527 (b) 2 (c) 5555 (d) 77

216. $M(324,135) = 27$

217. $M(1755,2730) = 195, \quad v(1755,2730) = 24\,570$

218. $M(3133,4125) = 1$

219. $M(1228,3344) = 4$

220. $M(4620,6930,11550) = 2310, \quad v(4620,6930,11550) = 69300$

221. $M(462,616,770) = 154, \quad v(462,616,770) = 9240$

222. $M(110,156,255) = 1, \quad v(110,156,255) = 145\,860$

224. (a) 72 (b) 360 (c) 12024 (d) 140 (e) 5460
(f) 4446 (g) 4408950 (h) 5611260 (i) 44661780 (j) 100842

225. (a) $6 = -1 \cdot 18 + 1 \cdot 24$

(b) $3 = 2 \cdot 24 - 1 \cdot 45$

(c) $1 = 58 \cdot 72 - 25 \cdot 167$

(d) $5 = 2 \cdot 20 - 1 \cdot 35$

(e) $15 = 13 \cdot 195 - 6 \cdot 420$

(f) $18 = 3 \cdot 234 - 2 \cdot 432$

(g) $14 = -619 \cdot 3094 + 96 \cdot 19950$

(h) $2 = -892 \cdot 2460 + 481 \cdot 4562$

(i) $1 = 911 \cdot 6156 - 773 \cdot 7255$

(j) $2401 = -1 \cdot 14406 + 1 \cdot 16807$

227. (a) $x = 3t, y = -4t, t \in \mathbb{Z}$

(b) $x = 2 + 3t, y = 2t, t \in \mathbb{Z}$

(c) $x = 1 + 3t, y = -2 - 17t, t \in \mathbb{Z}$

(d) $x = 5t, y = 2t, t \in \mathbb{Z}$

(e) nema rješenja

(f) $x = 3 + 8t, y = 1 + 3t, t \in \mathbb{Z}$

(g) $x = 2t, y = -3t, t \in \mathbb{Z}$

(h) $x = 7t, y = 3t, t \in \mathbb{Z}$

(i) nema rješenja

(j) $x = -1 + 5t, y = -1 + 2t, t \in \mathbb{Z}$

(k) $x = 1 - 3t, y = -2 + 7t, t \in \mathbb{Z}$

228. Ako s x označim broj epizoda u kojima je ispričano 5 priča, a s y broj epizoda u kojima je ispričano 7 priča, onda x i y zadovoljavaju jednadžbu

$$5x + 7y = 1001.$$

Rješenja te jednadžbe su $x = 3003 + 7t$, $y = -2002 - 5t$, $-429 \leq t \leq -401$. Budući da broj epizoda ne može biti negativan, x i y moraju biti veći ili jednaki 0. Iz uvjeta $x \geq 0$ dobivam nejednadžbu

$$3003 + 7t \geq 0,$$

čije je rješenje $t \geq -429$. Slično, iz uvjeta $y \geq 0$ dobivam nejednadžbu

$$-2002 - 5t \geq 0,$$

čije je rješenje $t \leq -401$. Dakle, vrijednosti parametra t mogu su između -429 i -401 . Tražimo minimalnu i maksimalnu vrijednost ukupnog broja epizoda, tj. od

$$x + y = 1001 + 2t.$$

Vidimo iz jednakosti da je $x + y$ to veći, što je vrijednost parametra t veća. Dakle, minimalna vrijednost ukupnoga broja epizoda postiže se za minimalnu vrijednost od t , tj. za $t = -429$, i iznosi 143. Maksimalan broj epizoda postiže se za maksimalnu vrijednost od t , tj. za $t = -401$, i iznosi 199. Serija će imati između 143 i 199 epizoda.

229. Budući da je $35 = 5 \cdot 7$, nazivnici tih razlomaka su 5 i 7. Neka je $\frac{a}{5} + \frac{b}{7} = \frac{128}{35}$, tada je $7a + 5b = 128$. Rješenja te jednadžbe su $a = 384 + 5t$, $b = -256 - 7t$, $t \in \mathbb{Z}$; a $\frac{384+5t}{5}$ i $\frac{-256-7t}{7}$, $t \in \mathbb{Z}$ su odgovarajući razlomci.

230. Označimo s x broj čokolada koje je Milan kupio, a s y broj bombona. Ako je svaki nećak dobio po jedan slatkiš, onda je broj nećaka jednak $x + y$. Iz zadatka dobivam sljedeću diofantsku jednadžbu:

$$8x + 5y = 62.$$

Rješenja te jednadžbe su

$$x = -1 + 5t, \quad y = 14 - 8t,$$

gdje je $t \in \mathbb{Z}$ bilo koji cijeli broj. Budući da x i y ne mogu biti negativni, tražim za koje vrijednosti parametra t će odgovarajuća rješenja x i y biti pozitivna. Iz uvjeta $x \geq 0$ dobivam nejednadžbu

$$-1 + 5t \geq 0,$$

čije je rješenje $t \geq \frac{1}{5}$. Slično, iz uvjeta $y \geq 0$ dobivam nejednadžbu

$$14 - 8t \geq 0,$$

čije je rješenje $t \leq \frac{7}{4}$. Dakle, jedino za $t = 1$ će i x i y biti pozitivni, i to su $x = 4$, $y = 6$. Dakle, Milan ima 10 nećaka.

231. Neka je x količina kupljenih jabuka (u kg), a y količina krušaka. Imamo:

$$7x + 8y = 96.$$

Rješenja te jednadžbe su

$$x = -96 + 8t, \quad y = 96 - 7t,$$

gdje je $t \in \mathbb{Z}$ bilo koji cijeli broj. Tražim za koje vrijednosti parametra t će odgovarajuća rješenja x i y biti pozitivna. Iz uvjeta $x \geq 0$ dobivam nejednadžbu

$$-96 + 8t \geq 0,$$

čije je rješenje $t \geq 12$. Slično, iz uvjeta $y \geq 0$ dobivam nejednadžbu

$$96 - 7t \geq 0,$$

čije je rješenje $t \leq \frac{96}{7}$. Dakle, za $t = 12$ i $t = 13$ će i x i y biti pozitivni. Za $t = 12$ dobivam $y = 12$, a za $t = 13$ je $y = 5$.

232. Ako s x označim broj prodanih kozjih sireva, a s y broj prodanih kravljih sireva, onda iz zadatka dobivam sljedeću diofantsku jednadžbu:

$$122x + 112y = 3418.$$

Rješenja te jednadžbe su

$$x = -18799 - 56t, \quad y = 20508 + 61t,$$

gdje je $t \in \mathbb{Z}$ bilo koji cijeli broj. Budući da količine prodanih sireva, tj. x i y , ne mogu biti negativne, tražim za koje vrijednosti parametra t će odgovarajuća rješenja x i y biti pozitivna. Iz uvjeta $x \geq 0$ dobivam nejednadžbu

$$-18799 - 56t \geq 0,$$

čije je rješenje $t \leq -337$. Slično, iz uvjeta $y \geq 0$ dobivam nejednadžbu

$$20508 + 61t \geq 0,$$

čije je rješenje $t \geq -337$. Dakle, jedino za $t = -337$ će i x i y biti pozitivni, i odgovarajući x i y (za taj t) su

$$x = 73, \quad y = 49.$$

233. Ako s x označim količinu nabavljenih jabuka (u kg), a s y količinu naranči, onda iz zadatka dobivam sljedeću diofantsku jednadžbu:

$$18x + 25y = 839.$$

Rješenja te jednadžbe su

$$x = 5873 + 25t, \quad y = -4195 - 18t,$$

gdje je $t \in \mathbb{Z}$ bilo koji cijeli broj. Budući da količine jabuka i naranči, tj. x i y , ne mogu biti negativne, tražim za koje vrijednosti parametra t će odgovarajuća rješenja x i y biti pozitivna. Iz uvjeta $x \geq 0$ dobivam nejednadžbu

$$5873 + 25t \geq 0,$$

čije je rješenje $t \geq -234$. Slično, iz uvjeta $y \geq 0$ dobivam nejednadžbu

$$-4195 - 18t \geq 0,$$

čije je rješenje $t \leq -234$. Dakle, jedino za $t = -234$ će i x i y biti pozitivni, i odgovarajući x i y (za taj t) su

$$x = 23, \quad y = 17.$$

234. Ako s x označim broj pretakanja pomoću veće bačve, a s y broj pretakanja pomoću manje, onda iz zadatka dobivam sljedeću diofantsku jednadžbu:

$$111x + 83y = 4626.$$

Rješenja te jednadžbe su

$$x = 13878 + 83t, \quad y = -18504 - 111t,$$

gdje je $t \in \mathbb{Z}$ bilo koji cijeli broj. Budući da x i y ne mogu biti negativni, tražim za koje će vrijednosti parametra t odgovarajuća rješenja x i y biti pozitivna. Iz uvjeta $x \geq 0$ dobivam nejednadžbu

$$13878 + 83t \geq 0,$$

čije je rješenje $t \geq -167$. Slično, iz uvjeta $y \geq 0$ dobivam nejednadžbu

$$-18504 - 111t \geq 0,$$

čije je rješenje $t \leq -167$. Dakle, jedino za $t = -167$ i x i y bit će pozitivni, i odgovarajući x i y (za taj t) su

$$x = 17, \quad y = 33.$$

235. Ako s x označim broj kablova duljine 111 m, a s y broj kablova duljine 169 m, onda iz zadatka dobivam sljedeću diofantsku jednadžbu:

$$111x + 169y = 3085.$$

Rješenja te jednadžbe su

$$x = 206695 + 169t, \quad y = -135740 - 111t,$$

gdje je $t \in \mathbb{Z}$ bilo koji cijeli broj. Budući da količine kablova, tj. x i y , ne mogu biti negativne, tražim za koje će vrijednosti parametra t odgovarajuća rješenja x i y biti pozitivna. Iz uvjeta $x \geq 0$ dobivam nejednadžbu

$$206695 + 169t \geq 0,$$

čije je rješenje $t \geq -1223$. Slično, iz uvjeta $y \geq 0$ dobivam nejednadžbu

$$-135740 - 111t \geq 0,$$

čije je rješenje $t \leq -1223$. Dakle, jedino za $t = -1223$ će i x i y biti pozitivni, i odgovarajući x i y (za taj t) su

$$x = 8, \quad y = 13.$$

237. (a) točno (b) netočno (c) netočno (d) točno (e) točno

238. 2

239. 3

240. Da.

241. (a) 1 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) 2 (f) 2 (g) 2

242. (a) 3 (b) 1 (c) 0 (d) 4

243. Pri dijeljenju s 3 mogu imati ostatke 0, 1, 2, a pri dijeljenju s 4 mogu imati 0, 1, 2, 3.

244. Bilo koji neparan djeljiv s 3, npr. 105.

245. Ne, jer je 5 prost pa ako $5|a \cdot b$ onda mora $5|a$ ili $5|b$.

246. Ako je n paran, onda je i n^5 paran pa je i razlika. Slično za neparne. Za djeljivost s 5 mogu rastaviti na slučajeve $n \equiv 0 \pmod{5}$, $n \equiv 1 \pmod{5}$, $n \equiv 2 \pmod{5}$, $n \equiv 3 \pmod{5}$, $n \equiv 4 \pmod{5}$, pa zatim gledati čemu je kongruentno n^5 , odnosno $n^5 - n$ modulo 5.

Ili, mogu $n^5 - n$ rastaviti na sljedeći način:

$$\begin{aligned} n^5 - n &= n(n^4 - 1) = n(n^2 - 1)(n^2 + 1) = n(n - 1)(n + 1)(n^2 - 4 + 5) \\ &= n(n - 1)(n + 1)(n^2 - 4) + n(n - 1)(n + 1)5 \\ &= n(n - 1)(n + 1)(n - 2)(n + 2) + n(n - 1)(n + 1)5 \end{aligned}$$

Prvi pribrojnik je produkt 5 uzastopnih brojeva; jedan od njih je sigurno djeljiv s 5 pa je i taj produkt djeljiv s 5. Drugi pribrojnik je očito djeljiv s 5, stoga je i $n^5 - n$ djeljiv s 5.

283. $\frac{n}{n+1}$

288. Na 24 načina.

289. 15

290. 4096

291. Na $10!$ načina.

292. (a) Na 56 načina. (b) Na 336 načina.

293. Na 300 načina.

294. 10

295. 900 000

296. 252

297. (a) 120 (b) 24 (c) 6

298. 20

299. Na 576 načina.

300. Na 216 načina.

301. Na 20 različitih načina.

RJEŠENJA

- 302.** Na 39 959 869 950 načina.
- 303.** 18 000
- 304.** 10 080
- 305.** 389 188 800
- 306.** Na $35 \cdot 34 \cdot 33 \cdot \dots \cdot 10 \cdot 9$ načina.
- 307.** 110
- 308.** 266
- 309.** 60
- 310.** Na 1 036 800 načina.
- 311.** Na 280 načina.
- 312.** Na 4080 načina.
- 313.** 126
- 314.** Na 1 037 836 800 načina.
- 315.** Na 77 597 520 načina.
- 316.** Na 495 načina.
- 317.** Na 36 načina.
- 318.** 36
- 319.** 8
- 320.** Na 60 načina.
- 321.** Na 20 načina.
- 322.** (a) $x \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ (b) $x \in \mathbb{Z} \setminus \{-1, 0, 1\}$ (c) $x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$
- 323.** (a) $x \in \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ (b) $x \in \mathbb{Z} \setminus \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1\}$

$$324. A = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \quad B = \mathbb{Z} \setminus \{-5, -4, -3, -2 - 1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$325. A \cup B = \mathbb{Z} \quad A \cap B = \{-4, -3, -2, -1\} \quad A \setminus B = \{0, 1, 2, 3, 4\} \\ B \setminus A = \mathbb{Z} \setminus \{-4, -3, -2 - 1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

345. Promotrimo preslikavanje f prikazano dijagramom:

$$\begin{array}{cccccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & \dots \\ f & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ & 0 & 1 & -1 & 2 & -2 & 3 & -3 & \dots \end{array}$$

f bijektivno preslikava \mathbb{N} na \mathbb{Z} , pa su skupovi \mathbb{N} i \mathbb{Z} jednakobrojni.

$$346. (a) \frac{289}{35} \quad (b) \frac{12}{5} \quad (c) \frac{52}{35} \quad (d) \frac{8}{9}$$

$$347. (a) -\frac{23}{140} \quad (b) -\frac{25}{1014} \quad (c) 1$$

$$348. \frac{109}{50}$$

$$361. \frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{2}{5} < \frac{5}{8} < \frac{7}{9} < \frac{7}{8} < \frac{9}{10} < \frac{13}{11} < \frac{12}{7}$$

$$362. (a) n \in \{3, 4\} \quad (b) n \in \{2, 3\}$$

$$363. \frac{101}{200}$$

364. Razvrstajmo pozitivne racionalne brojeve u sljedeću tablicu:

$$\begin{array}{ccccccc} \frac{1}{1} & & \frac{2}{1} & \rightarrow & \frac{3}{1} & & \frac{4}{1} & \dots \\ \downarrow & \nearrow & & \swarrow & & \nearrow & & \\ \frac{1}{2} & & \frac{2}{2} & & \frac{3}{2} & & \frac{4}{2} & \dots \\ & \swarrow & & \nearrow & & & & \\ \frac{1}{3} & & \frac{2}{3} & & \frac{3}{3} & & \frac{4}{3} & \dots \\ \downarrow & \nearrow & & & & & & \\ \frac{1}{4} & & \frac{2}{4} & & \frac{3}{4} & & \frac{4}{4} & \dots \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & \end{array}$$

Nanižimo ih u smjeru strelica izostavljajući one koji se ponavljaju. Na početak niza dodajmo nulu, a iza svakoga pozitivnog racionalnog broja ubacimo i pripadni (negativni) suprotan broj. Tako dobivamo sljedeći niz:

$$0, 1, -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 2, -2, 3, -3, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \dots$$

U tom nizu moraju se pojaviti svi racionalni brojevi, a očito je da se niz bijektivno može preslikati na skup \mathbb{N} , stoga su skupovi \mathbb{N} i \mathbb{Q} jednakobrojni.

RJEŠENJA

365. (a) $\frac{17}{12}$ (b) 0.5 (c) 17.5 (d) 1.5 (e) $\frac{13}{42}$ (f) $\frac{20}{7}$ (g)
 $-\frac{1}{6}$ (h) $\frac{23}{60}$ (i) $\frac{14}{51}$ (j) $\frac{19}{4}$ (k) $-\frac{13}{21}$ (l) $-\frac{2}{85}$

366. (a) 2.5 (b) 84.075 (c) 5

367. (a) 599.3 (b) $-\frac{37}{12}$

368. $\frac{1}{3}$

369. $\frac{181}{22}$

370. $-5\frac{1}{12}$

371. (a) 4.6 (b) $4.\dot{3}$ (c) 4.75 (d) $3.8\dot{3}$ (e) $3.\overline{428571}$

372. (a) $\frac{27}{8}$ (b) $\frac{31}{9}$ (c) $\frac{1202}{99}$ (d) $\frac{121}{90}$ (e) $\frac{223}{100}$

389. (a) $2.\dot{6}$ (b) 5.75 (c) 6.8 (d) 3.571428 (e) $1.\overline{18}$ (f)
 $2.\overline{09}$ (g) $2.8\dot{3}$ (h) $1.\overline{54}$ (i) $3.8\dot{3}$

391. (a) $\frac{123}{100}$ (b) $\frac{25}{2}$ (c) $\frac{31}{5}$ (d) $\frac{13}{3}$ (e) $\frac{283}{90}$
(f) $\frac{5}{7}$ (g) $\frac{4}{110}$ (h) $\frac{15}{11}$ (i) $\frac{28}{11}$ (j) $\frac{42}{11}$ (k) $\frac{145}{70}$
(l) $\frac{396}{130}$ (m) $\frac{133}{130}$ (n) $\frac{262}{130}$ (o) $\frac{19}{11}$

392. (a) $\frac{325}{90}$ (b) $\frac{358}{99}$ (c) $\frac{325}{900}$ (d) $\frac{361}{999}$ (e) $\frac{358}{990}$

393. (a) $-\frac{823}{6660}$ (b) $\frac{505}{22}$

394. (a) $-\frac{1010}{11}$ (b) $\frac{173}{1350}$

395. 8

396. 5

397. 5

398. $0.294117647058823\dot{5}$

399. 1250

400. (a) $\frac{2352}{9900}$ (b) $\frac{30934}{9900}$

401. $x = 2$

402. Dijelio je s $x - 5$. To može samo ako je $x \neq 5$. Trebao je još provjeriti što se događa ako je $x = 5$ (to će biti rješenje jednadžbe).

403. (a) Da; (b) Izjednačio je dva rastava na faktore. (c) Možemo ako su rješenja cijeli brojevi, ali treba gledati sve moguće rastave slobodnoga člana na faktore.

404. $\frac{10}{3}$

405. 2

406. (a) $1\frac{5}{36}$ (b) 70

407. (a) $x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{3}a^2 - \frac{25}{36}ab + \frac{1}{3}b^2$

408. (a) $\frac{1}{4}a^2 + 2ab + 4b^2$ (b) $\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^2y + \frac{1}{9}y^2$ (c) $-17a + 22$

409. (a) $5a^2(a - 2b^2 + 1)$ (b) $2(a + 1)(3a + 1)$ (c) $(8x + y)(7xy - 4)$

410. (a) $(x + 2)(x^2 + 2)$ (b) $(a - b)(x^2 + x + 1)$ (c) $(2a + b)^2$ (d) $-x^2(x^2 - y)^2$ (e) $(2m - 1)^2$

411. (a) $\frac{a+1}{x-y}$ (b) $\frac{a^2}{x^3}$ (c) $\frac{4x(2x+3y)}{3y}$ (d) $\frac{4a^2+10ab+25b^2}{2a+5b}$ (e) $\frac{3a-6}{4ab}$
(f) $\frac{2}{2a-3b}$

412. (a) $\frac{2a-4b}{a}$ (b) $\frac{a+2}{a+3}$ (c) $\frac{a+b-c}{a+c}$ (d) $\frac{a-2}{a^2+2a-4}$ (e) $\frac{1}{a+1}$

413. (a) $\frac{ab}{a^2-4b^2}$ (b) 1 (c) $\frac{b}{a}$ (d) $x + 2$ (e) $-\frac{2}{b}$

414. (a) 1 (b) $\frac{a^3+b^3}{b^3}$ (c) $\frac{a+1}{a}$ (d) $\frac{b-a}{b}$ (e) 1 (f) $\frac{x+y}{x-y}$
(g) x^2 (h) $\frac{1}{2b^2}$ (i) $(a + 2)^2$ (j) 1 (k) 1

415. $2\sqrt{5}$

416. a) $\sqrt[3]{7 - 4\sqrt{3}}$ b) $\sqrt[6]{5\sqrt{2} - 7}$ c) 4 d) 2

417. 1

418. a) $3\sqrt{2} + 2\sqrt{6} + \sqrt{15} + 2\sqrt{5}$ b) $6\sqrt{10} - 19$
c) $\frac{30 - 4\sqrt{15} - 9\sqrt{10} + 6\sqrt{6}}{2}$ e) $\frac{1 - \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}}{3}$

419. $\sqrt{5 - \sqrt{5}} \cdot (5 + \sqrt{5})$

420. a) $\frac{\sqrt[3]{ab^2}}{ab}$ b) $a\sqrt[5]{a^4b}$

421. $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{42}}{7}$

423. $5 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

424. $\frac{\sqrt{3}}{3} - \sqrt{11}$

425. $\frac{4\sqrt{3} + 2}{11}$

426. 2

427. 0

430. a) $2x^{2a+3}y^{8b+5}$ b) $5^{n-2}a^{4n}y^{3n+2}$

431. a) $(0.01a^{3n}b^{6n})^2$ b) $(4x^{2n}y^n)^2$ c) $\left(\frac{5x^{18}y^{2a}}{4z^6}\right)^2$ d) $\frac{396a^{28}b^{36}}{539c^{18n}}$

432. a) $(a-b)^n$ b) $\left(\frac{a+2b}{a-2b}\right)^{3x} \cdot \left(\frac{a^2-4b^2}{b-a}\right)^{3x} \cdot \left(\frac{b-a}{a+2b}\right)^{3x}$

433. a) $-5\frac{1}{12}$ b) 40

434. a) $-\frac{1}{x^9y^{3m}z^{12}}$ b) $\frac{b^8c^{20}}{a^{4k+12}}$ c) $\frac{b^5c^{25}}{a^{20}}$

435. a) 30 b) 1 c) 1 d) 2

436. a) $-\frac{7}{4}$ b) 0 c) 47 d) $\frac{1}{12}$

437. 1

438. $\frac{1}{8}$

439. $20\sqrt[5]{4}$

440. a) $\frac{4ab}{a+b}$ b) $\frac{a+b}{a}$ c) $(a-b)^2$ d) $\frac{1}{a^2-b^2}$ e) $a+b+2$ f) ab
441. opsezi 3 : 4, površine 9 : 16
442. 4 : 75
443. 45 radnika isti bi posao završilo za 14 dana; 30 radnika isti bi posao završilo za 21 dan
444. 97.5 km
445. za 6 dana
446. za 5 dana
447. 3 dana
448. za 50 dana
449. za 1 dan
450. (a) 75 % (b) 40 % (c) 91.67 % (d) 20 % (e) 12.5 %
451. (a) 10 %; 30 % (b) 25 %; 37.5 % (c) 58.33 %; 16.67 % (d) 66.67 %
453. (a) 20 % ili 1 : 5, (b) 50 % ili 1 : 2, (c) 75 % ili 3 : 4, (d) 400 % ili 4 : 1.
454. a) 30; 3; 300; 210; 6; 0.6 b) 50; 5; 500; 350; 10; 1 c) 175; 17.5; 1750; 1225; 35; 3.5 d) 86; 8.6; 860; 602; 17.2; 1.72
455. 1500
456. 12.5 %
457. (a) Platit ćemo ju 25.20 kn.
(b) Umjesto da se uzastopni popusti obračunavaju na sniženu vrijednost ("popusti se množe"), mogli smo shvatiti da se popusti obračunavaju na početnu vrijednost ("popusti se zbrajaju"). Tada bismo platili 20 kn.
458. 5 kg
459. 64 l

RJEŠENJA

460. 4.14 kg
461. 840
462. 2000 kn
463. za 20 %
464. Trgovina je robu platila 208000 kn, a zaradila 37440 kn.
465. 6 %
466. 16.33 % glumaca, 10.2 % plesača, 14.29 % menadžera, 24.49 % umirovljenika, 22.45 % studenata, 6.12 % nezaposlenih, 6.12 % učitelja.
467. 112 tuba plave, 96 smeđe, 56 crne, 34 crvene, 26 ljubičaste te 14 zelene.
468. 160.74 cm, što je porast od 23.65 %
469. U *Galaxyju* bi platio 320 kn, u *Nooku* 299.20 kn, a u *Nexusu* 297 kn.
470. 37 %
471. 28.45 % šljive, 22.84 % marelice, 19.21 % miješano voće, 10.9 % jagode, 9.72 % smokve, 8.89 % višnje
472. 25200000 km³
473. 1.78 %
474. 112 kn
475. 3 učenika su ljevaci
476. Knjiga ima 560 stranica.
477. Ukupni račun iznosi 180 kn.
478. Dobit će kamatu od 494 kn. Nakon jedne godine imat će 12839 kn, a nakon dvije 13352 kn.
479. 40.54 %, 73 kunića, 140.54 % i 197.52 %

481. Postoci: RZRZ 46 %, BZVZ 16.85 %, TBLG 30.24 %, nevažeći 6.91 %.
Zastupnici: RZRZ 9, BZVZ 3, TBLG 6.

482. 9 predstavnika

485. (a) $3 + 2i$ (b) $4 - 4i$ (c) $14 - 3i$ (d) $17 + 7i$ (e) $3 + 12i$ (f)
 $50 - 42i$ (g) $2 + 3i, 11 + 5i, 4 + i, -3i, 10 - 2i, 5i, 17$ (h) $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ (i)
 $\frac{1}{3} + \frac{4}{3}i$ (j) $\frac{30}{41} + \frac{58}{41}i$ (k) $\frac{14}{15} + \frac{13}{15}i$ (l) $-\frac{11}{29} - \frac{16}{29}i$ (m) $\sqrt{13}, \sqrt{74}, \sqrt{17},$
 $3, 2\sqrt{26}, 5, 17$

487. a) $-\sqrt{2} - 5i$ b) $8i$ c) -8 d) i e) $-i$

488. a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ b) $\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3}i$ c) $\frac{6}{5}i$

489. $8 - 8i$

490. $1200 - 1600i$

491. $\frac{1}{2}i$

492. $\text{Im}(\bar{z}) = \frac{1 - \sqrt{2}}{2}$

493. $-1 - i$

494. $-8i$

495. a) i b) $-i$ c) -2^{-202} d) 0

496. a) $|z| = \sqrt{2}$ b) $|z| = 5$ c) $|z| = \frac{\sqrt{2}}{2}$ d) $|z| = 2\sqrt{29}$

498. $a = 4$

499. $b = -1$

500. $x = \frac{1}{2}$

501. $a^2 - b^2 + 3a$

502. -1

503. a) $x = 3, y = 1$ b) $x = y = \frac{1}{2}$ c) $x = \frac{5}{2}, y = \frac{3}{2}$

504. $z_{1,2} = \pm 1, z_{3,4} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_{5,6} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$

505. a) $z = -1 - i$ b) $z = \frac{3}{4} + i$

506. (a) krug radijusa 2 oko 2 (b) simetrala dužine od -1 do 5 (c) simetrala dužine od -2 do $2i$ (d) kružnica radijusa 1 oko $1 - i$

507. (a) $\sqrt{2}(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4})$ (b) $2\sqrt{2}(\cos \frac{9\pi}{4} + i \sin \frac{9\pi}{4})$
 (c) $2\sqrt{3}(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3})$ (d) $2(\cos \pi + i \sin \pi)$ (e) $7(\cos 0 + i \sin 0)$
 (f) $12(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$ (g) $7(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2})$ (h) $4(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$

508. (a) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (b) $-1 + i\sqrt{3}$ (c) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ (d) $\sqrt{3} - i$ (e) $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$
 (f) $1 - i\sqrt{3}$ (g) i (h) $-2i$ (i) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ (j) $-\sqrt{3} - i$ (k) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$
 (l) $-\sqrt{2} - i\sqrt{2}$ (m) -1 (n) 2

510. (a) $9\sqrt{3}(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6}) = \frac{-27}{2} + \frac{9\sqrt{3}}{2}i$ (b) $4\sqrt{2}(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4}) = 4 - 4i$ (c) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4}) = -\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$ (d) $\frac{1}{8}(\cos 0 + i \sin 0) = \frac{1}{8}$

511. (a) $w_k = 2(\cos \frac{\pi+2k\pi}{3} + i \sin \frac{\pi+2k\pi}{3}), k = 0,1,2$ (b) $w_k = 5(\cos \frac{\pi+2k\pi}{3} + i \sin \frac{\pi+2k\pi}{3}), k = 0,1,2$ (c) $w_k = 2(\cos \frac{\pi+4k\pi}{10} + i \sin \frac{\pi+4k\pi}{10}), k = 0,1,2,3,4$
 (d) $w_k = 2(\cos \frac{3\pi+4k\pi}{8} + i \sin \frac{3\pi+4k\pi}{8}), k = 0,1,2,3$ (e) $w_k = 3(\cos \frac{2k\pi}{3} + i \sin \frac{2k\pi}{3}), k = 0,1,2$ (f) $w_k = \sqrt[8]{12}(\cos \frac{7\pi+12k\pi}{24} + i \sin \frac{7\pi+12k\pi}{24}), k = 0,1,2,3$
 (g) $w_k = \sqrt[6]{25}(\cos \frac{\pi+8k\pi}{12} + i \sin \frac{\pi+8k\pi}{12}), k = 0,1,2$ (h) $w_k = 2\sqrt[6]{2}(\cos \frac{5\pi+8k\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi+8k\pi}{12}), k = 0,1,2$ (i) $w_k = \sqrt[4]{2}(\cos \frac{5\pi+6k\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi+6k\pi}{12}), k = 0,1,2,3$

512. 21

513. Nije.

514. Operacija nije komutativna. Skup \mathbb{N} nije zatvoren u odnosu na operaciju "o".

515. Nije.

516. Operacija je asocijativna.

517. Skup S nije zatvoren u odnosu na standardno zbrajanje. Skup S je zatvoren u odnosu na standardno množenje.

518. Npr. skup $A = \{-2, -4, -6, -8, \dots\} \subset \mathbb{Z}$.

519. Unija i presjek su algebarske operacije na skupu $\mathcal{P}(S)$. Neutralni element za uniju je \emptyset , a za presjek skup S .

520. Neka je $2\mathbb{Z} = \{\dots - 6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots\}$ skup svih parnih cijelih brojeva.

1° Zbroj dva parna cijela broja je paran cijeli broj \Rightarrow “+” je algebarska operacija u skupu $2\mathbb{Z}$.

2° Zbrajanje je asocijativno.

3° $0 \in 2\mathbb{Z}$ je neutralni element.

4° $-a \in 2\mathbb{Z}$ je suprotni element od $a \in 2\mathbb{Z}$.

5° Zbrajanje je komutativno.

Dakle, $(2\mathbb{Z}, +)$ je komutativna grupa.

521. (a) -27 (b) $x = 3$

522. (a) 24 (b) $y = 2$

523. Standardno zbrajanje nije algebarska operacija u skupu A . Standardno množenje jest algebarska operacija u skupu A .

524. Standardno zbrajanje i standardno množenje su algebarske operacije u skupu B .

525. Tablica množenja:

\cdot	-1	1	$-i$	i
-1	1	-1	i	$-i$
1	-1	1	$-i$	i
$-i$	i	$-i$	-1	1
i	$-i$	i	1	-1

Iz tablice slijedi da je skup A zatvoren u odnosu na standardno množenje.

526. (a) Za $m, n \in \mathbb{N}$ je $m \circ n = m^n = \underbrace{m \cdot m \cdot m \cdot \dots \cdot m}_n \in \mathbb{N} \Rightarrow$

“ \circ ” je algebarska operacija u skupu \mathbb{N}

(b) Ne (c) Ne

527. (a) Za $x, y \in \mathbb{R}^+$ je $x \circ y = \sqrt{xy} \in \mathbb{R}^+ \Rightarrow$

“ \circ ” je algebarska operacija u skupu \mathbb{R}^+

(b) Da (c) Ne

528. 1° Neka je $x_1 + y_1\sqrt{2} \in A$ i $x_2 + y_2\sqrt{2} \in A$. Tada je:

$$x_1 + y_1\sqrt{2} + x_2 + y_2\sqrt{2} = (x_1 + x_2) + (y_1 + y_2)\sqrt{2} \in A \Rightarrow$$

operacija “+” je algebarska operacija u skupu A .

2° Zbrajanje je asocijativno.

3° $0 = 0 + 0 \cdot \sqrt{2} \in A$ je neutralni element.

4° $-x - y\sqrt{2} \in A$ je suprotni element od $x + y\sqrt{2} \in A$.

5° Zbrajanje je komutativno.

Dakle, $(A, +)$ je komutativna grupa.

529. 1° Neka je $x_1 + y_1\sqrt{2} \in A'$ i $x_2 + y_2\sqrt{2} \in A'$. Tada je:

$$(x_1 + y_1\sqrt{2}) \cdot (x_2 + y_2\sqrt{2}) = x_1x_2 + x_1y_2\sqrt{2} + x_2y_1\sqrt{2} + 2y_1y_2 =$$

$$= (x_1x_2 + 2y_1y_2) + (x_1y_2 + x_2y_1)\sqrt{2} \in A' \Rightarrow$$

operacija “ \cdot ” je algebarska operacija u skupu A' .

2° Množenje je asocijativno.

3° $1 = 1 + 0 \cdot \sqrt{2} \in A'$ je jedinični element.

$$4^\circ \frac{1}{x + y\sqrt{2}} = \frac{1}{x + y\sqrt{2}} \cdot \frac{x - y\sqrt{2}}{x - y\sqrt{2}} = \frac{x - y\sqrt{2}}{x^2 - 2y^2} =$$

$$= \frac{x}{x^2 - 2y^2} - \frac{y}{x^2 - 2y^2}\sqrt{2} \in A' \text{ je inverz od } x + y\sqrt{2} \in A'.$$

5° Množenje je komutativno.

Dakle, (A', \cdot) je komutativna grupa.

530. Tablica:

\circ	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	x	$-x$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x}$
f_2	$-x$	x	$-\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$
f_3	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x}$	x	$-x$
f_4	$-\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$	$-x$	x

1° Iz tablice slijedi da je komponiranje funkcija algebarska operacija u skupu S .

2° Komponiranje funkcija je asocijativno.

3° Neutralni element je f_1 .

4° Svaki element skupa S je sam sebi inverz.

Dakle, (S, \circ) je grupa.

531. 1° Za $a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a + b + ab \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ operacija “ \circ ” je algebarska operacija u skupu \mathbb{Z} .

2° Operacija “ \circ ” je asocijativna. (Provjerite!)

3° Neutralni element je 0.

Dakle, (\mathbb{Z}, \circ) je monoid.

4° Označimo s x inverz od a (ako postoji).

Iz $a \circ x = 0$ slijedi $x = -\frac{a}{1+a}$. Ako je npr. $a = 1$, tada je $x = -\frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$, što znači da $a = 1$ nema inverz, pa slijedi da (\mathbb{Z}, \circ) nije grupa.

532. 1° Za $a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a + b + 1 \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ operacija “ \circ ” je algebarska operacija u skupu \mathbb{Z} .

2° Operacija “ \circ ” je asocijativna. (Provjerite!)

3° Neutralni element je -1 .

4° Inverz od a je $a^{-1} = -2 - a \in \mathbb{Z}$.

5° Operacija “ \circ ” je komutativna. (Provjerite!)

Dakle, (\mathbb{Z}, \circ) je komutativna grupa.

533. 1° $a, c \in \mathbb{Q}, a \neq 0, c \neq 0 \Rightarrow ac \in \mathbb{Q}, ac \neq 0$;

$c, b, d \in \mathbb{Q} \Rightarrow bc + c + d \in \mathbb{Q}$

\Rightarrow operacija “ \star ” je algebarska operacija u skupu S .

2° Operacija “ \star ” je asocijativna. (Provjerite!)

3° Neutralni element je $(1, -1)$.

4° Inverz od (a, b) je $(\frac{1}{a}, -\frac{a+b+1}{a})$.

Dakle, (S, \star) je grupa.

534. Ne.

535.

\star	2	3	4
2	3	2	2
3	2	3	4
4	2	4	3

536. Skup B nije zatvoren u odnosu na operaciju “ \star ”.

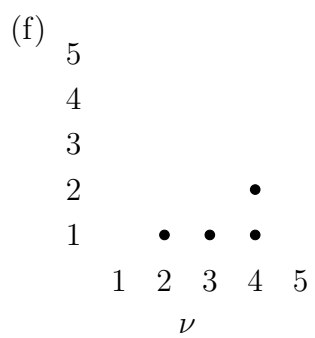
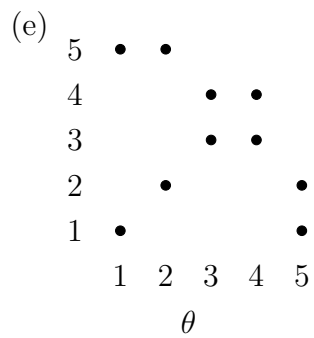
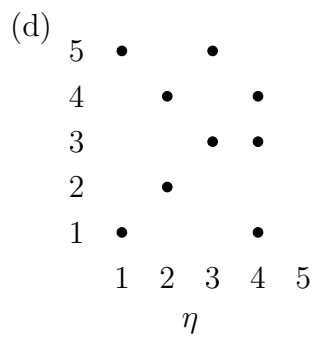
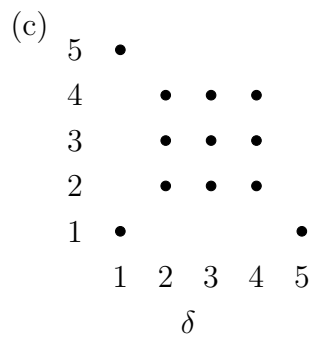
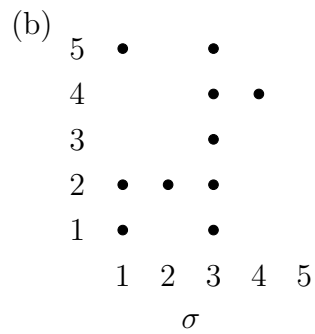
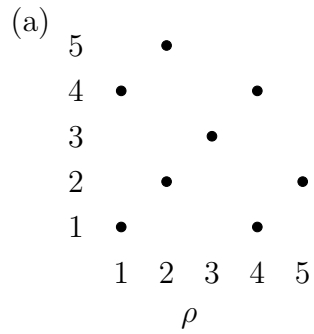
537. (a) -5 (b) Nije komutativna (c) Nije asocijativna.

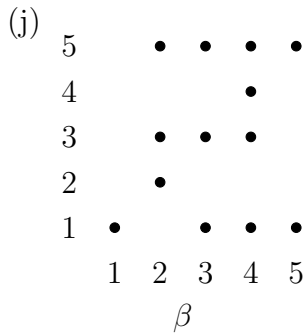
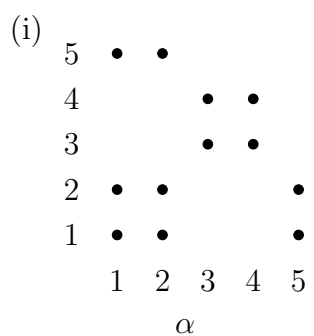
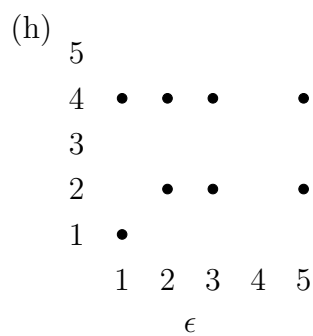
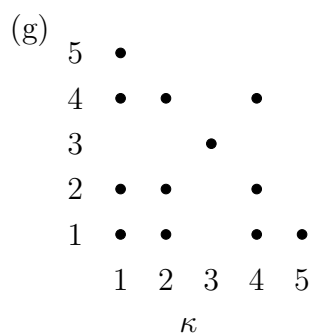
538. (a) 1 (b) Da, komutativna je (c) Da, asocijativna je.

539. (a) Operacija nije algebarska u \mathbb{N} (b) Nije komutativna.

540. (a) Operacija nije algebarska u \mathbb{N} (b) Nije komutativna.

541.



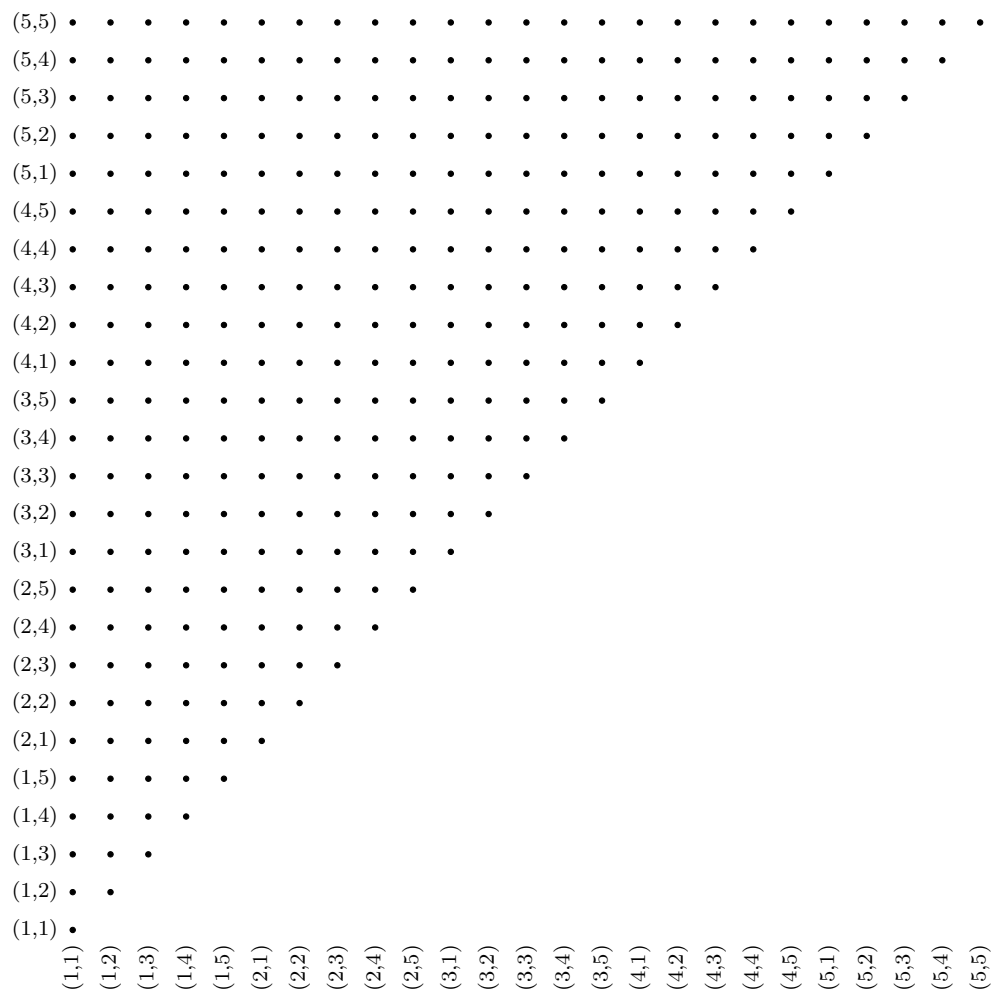


Relacija β je refleksivna. Relacije $\rho, \delta, \theta, \kappa, \alpha$ su simetrične. Relacije σ, ν, η su tranzitivne.

542. Relacija ρ je refleksivna, simetrična i tranzitivna; to je relacija ekvivalencije.

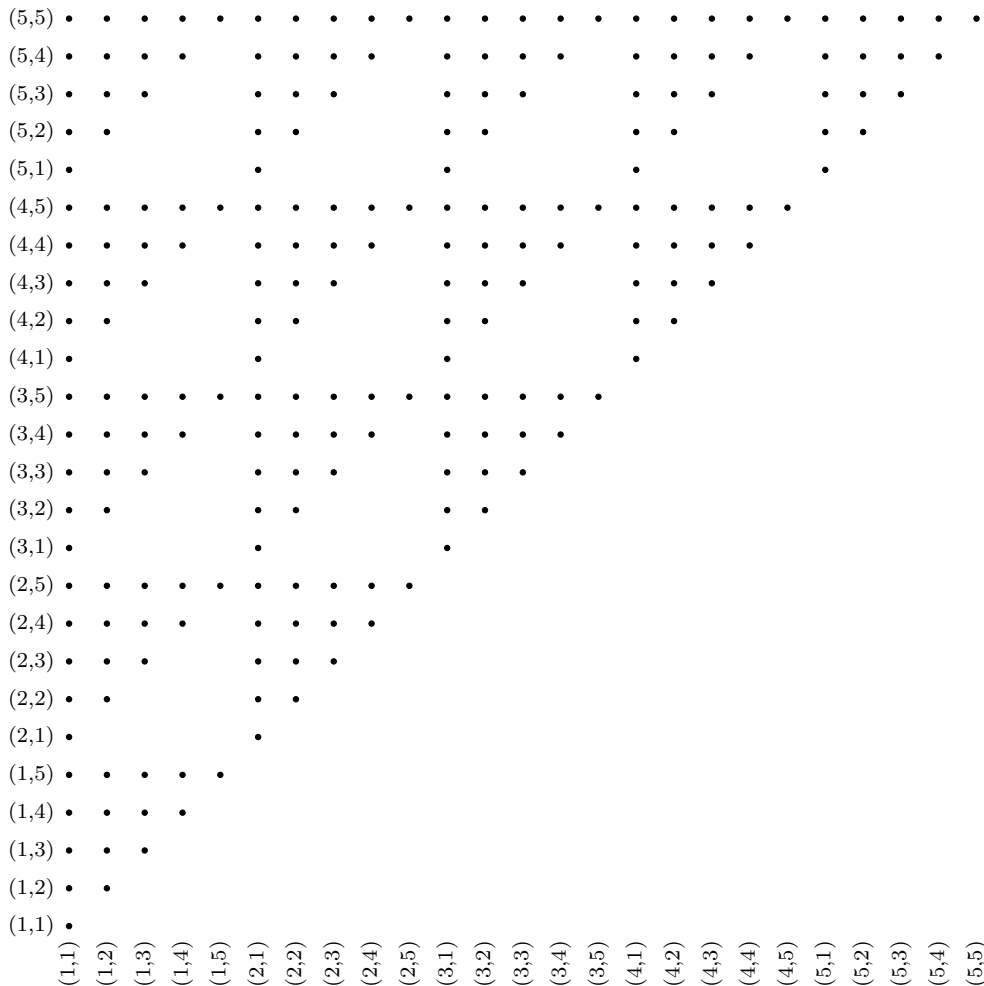
RJEŠENJA

543.



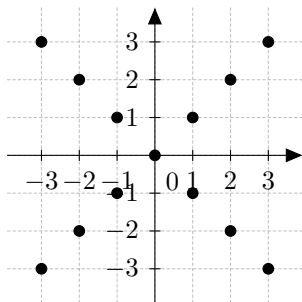
Relacija ρ je reflektivna, antisimetrična i tranzitivna; to je relacija uređaja.

544.

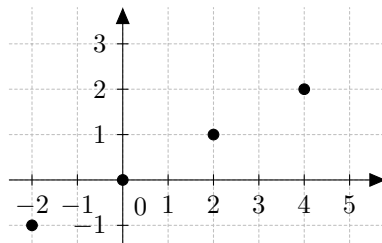


Relacija ρ je refleksivna, antisimetrična i tranzitivna; to je relacija uređaja.

545. $\rho = \{(-3, -3), (-3, 3), (-2, -2), (-2, 2), (-1, -1), (-1, 1), (0, 0), (1, -1), (1, 1), (2, -2), (2, 2), (3, -3), (3, 3)\};$
 $D = S = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}.$



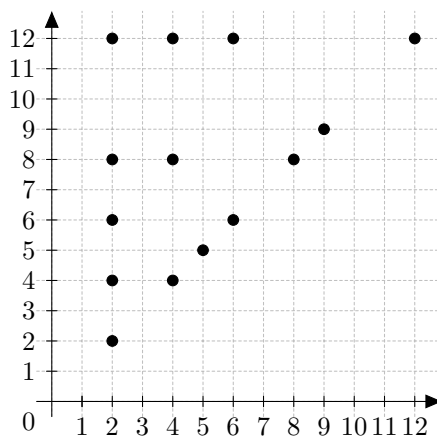
546. $\rho = \{(-2, -1), (0, 0), (2, 1), (4, 2)\}$; $D = \{-2, 0, 2, 4\}$, $S = \{-1, 0, 1, 2\}$.



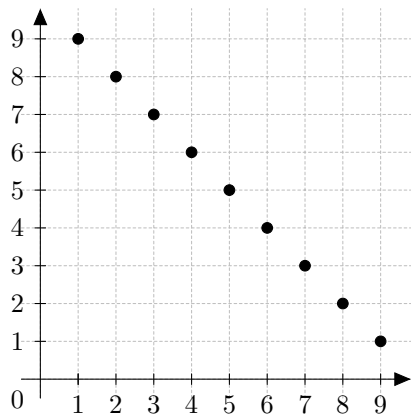
547. 1° refleksivnost: $x \rho x$ jer je $x - x = 0$ paran broj. 2° simetričnost: $x \rho y \Leftrightarrow x - y$ je paran broj $\Leftrightarrow y - x = -(x - y)$ je paran broj $\Leftrightarrow y \rho x$. 3° tranzitivnost: $x \rho y$ i $y \rho z \Rightarrow x - y$ je paran broj i $y - z$ je paran broj $\Rightarrow x - y + y - z = x - z$ je paran broj $\Rightarrow x \rho z$.

548. Relacija 'biti podskup' na skupu svih podskupova skupa \mathbb{N} je refleksivna i tranzitivna, ali nije simetrična, stoga nije relacija ekvivalencije.

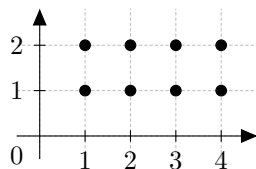
549. $\rho = \{(2, 2), (2, 4), (2, 6), (2, 8), (2, 12), (4, 4), (4, 8), (4, 12), (5, 5), (6, 6), (6, 12), (8, 8), (9, 9), (12, 12)\}$.



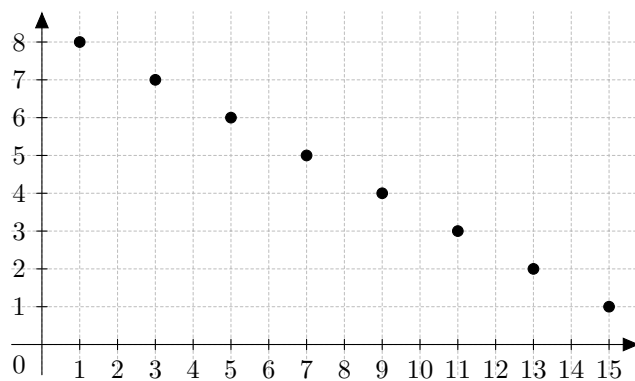
550. $\rho = \{(1,9), (2,8), (3,7), (4,6), (5,5), (6,4), (7,3), (8,2), (9,1)\}$.



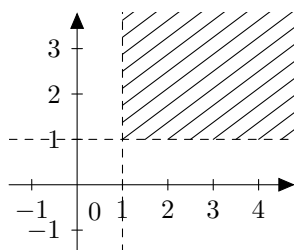
551. $\rho = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,1), (3,2), (4,1), (4,2)\}$.



552. $\rho = \{(1,8), (3,7), (5,6), (7,5), (9,4), (11,3), (13,2), (15,1)\}$.

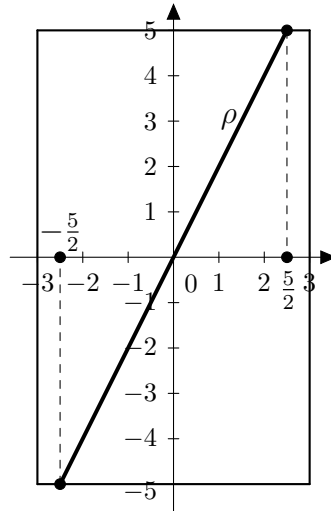


553.

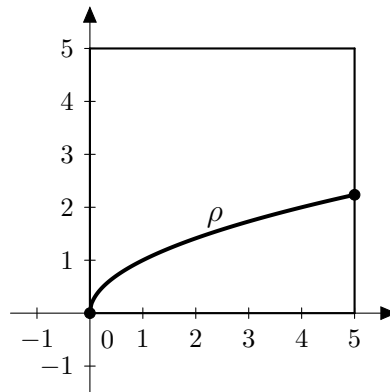


554. $\rho = \{(6,9), (7,7), (7,8), (7,9), (8,5), (8,6), (8,7), (8,8), (8,9),$
 $(9,3), (9,4), (9,5), (9,6), (9,7), (9,8), (9,9)\};$
 $D = \{6,7,8,9\}, \quad S = \{3,4,5,6,7,8,9\}.$

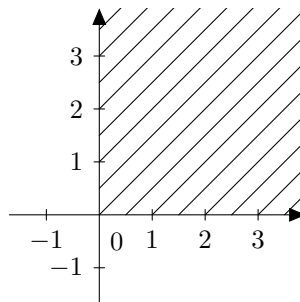
555. $D = [-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}], \quad S = [5,5].$



556. $D = [0,5], \quad S = [0, \sqrt{5}].$

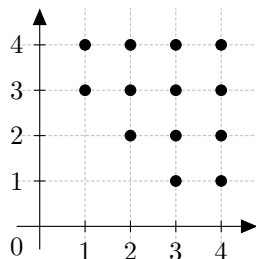


557.

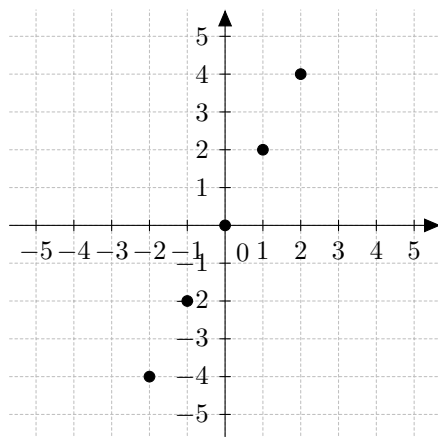


Relacija ρ nije refleksivna, ali je simetrična i tranzitivna.

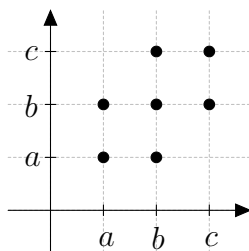
$$558. \rho = \{(1,3), (1,4), (2,2), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), \\ (4,1), (4,2), (4,3), (4,4)\}; \\ D = S = \{1,2,3,4\}.$$



$$559. D = \{-2, -1, 0, 1, 2\}, \quad S = \{-4, -2, 0, 2, 4\}.$$



560.



Relacija ρ je refleksivna i simetrična, ali nije tranzitivna.

561. 1° refleksivnost: $(a,b) \rho (a,b)$ jer je $a + b = b + a$.

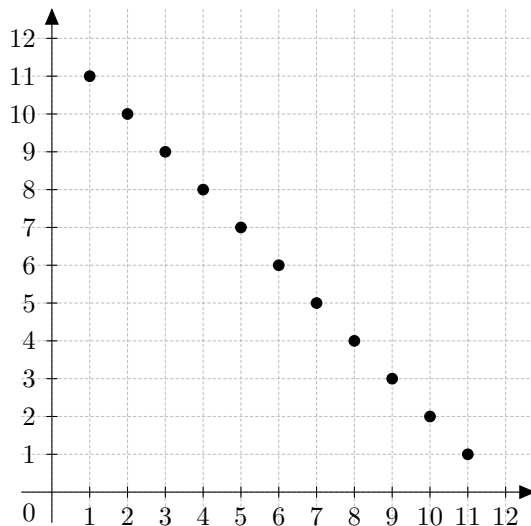
2° simetričnost: $(a,b) \rho (c,d) \Leftrightarrow a + d = b + c \Leftrightarrow c + b = d + a \Leftrightarrow (c,d) \rho (a,b)$.

RJEŠENJA

3° tranzitivnost: $(a,b) \rho(c,d)$ i $(c,d) \rho(e,f) \Rightarrow a + d = b + c$ i
 $c + f = d + e \Rightarrow a + d + c + f = b + c + d + e \Rightarrow a + f = b + e \Rightarrow$
 $\Rightarrow (a,b) \rho(e,f)$.

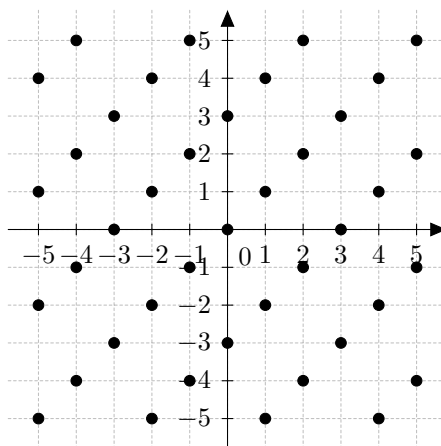
Dakle, ρ je relacija ekvivalencije.

562.



Relacija ρ je simetrična, ali nije refleksivna i tranzitivna.

563. $\rho = \{(-5, -5), (-5, -2), (-5, 1), (-5, 4), (-4, -4), (-4, -1), (-4, 2),$
 $(-4, 5), (-3, -3), (-3, 0), (-3, 3), (-2, -5), (-2, -2), (-2, 1),$
 $(-2, 4), (-1, -4), (-1, -1), (-1, 2), (-1, 5), (0, -3), (0, 0), (0, 3),$
 $(1, -5), (1, -2), (1, 1), (1, 4), (2, -4), (2, -1), (2, 2), (2, 5), (3, -3),$
 $(3, 0), (3, 3), (4, -5), (4, -2), (4, 1), (4, 4), (5, -4), (5, -1), (5, 2),$
 $(5, 5)\}$.



564. $(a,b) \rho(a,b)$ jer je $a + b + 2ab = b + a + 2ba$.

Dakle, relacija ρ je refleksivna.

$$(a,b) \rho(c,d) \Leftrightarrow a + d + 2ad = b + c + 2bc \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow c + b + 2cb = d + a + 2da \Leftrightarrow (c,d) \rho(a,b).$$

Dakle, relacija ρ je simetrična.

565. (1) $\triangle, \blacksquare, \triangle$ (2) b, a, b (3) 12, 40, 198, $a_n = 2n$ (ili $a_n = a_{n-1} + 2$, $a_1 = 2$) (4) 19, 61, 298, $a_n = 1 + 3n$ (ili $a_n = a_{n-1} + 3$, $a_1 = 4$) (5) $-3, -59, -375$, $a_n = 21 - 4n$ (ili $a_n = a_{n-1} - 4$, $a_1 = 17$) (6) $32, 2^{19}, 2^{98}$, $a_n = 2^{n-1}$ (ili $a_n = a_{n-1} \cdot 2$, $a_1 = 1$) (7) 1701, $7 \cdot 3^{19}, 7 \cdot 3^{98}$, $a_n = 7 \cdot 3^{n-1}$ (ili $a_n = a_{n-1} \cdot 3$, $a_1 = 7$)

566. $\blacksquare, \clubsuit, \heartsuit$

567. a, a, b

568. 13, 55, 292, $a_n = 3n - 5$

569. 37, -19, -335, $a_n = 61 - 4n$

570. 32, 20, $a_n = 50 - 3n$

573. -5, -2, 1, 4, 7, 10, ...

574. 3, 8, 13, 18, 23, ...

575. 40

576. 31

577. (a) 1275 (b) $\frac{n(n+1)}{2}$

578. (a) 2 (b) $\frac{3}{4}$ (c) divergira ($u + \infty$) (d) divergira (dva gomilišta - 1 i 0)

580. 486, 39366, $a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$

581. 2.5, 0.15625, $a_n = 80/2^{n-1}$

582. 1458, 118098, $a_n = 2 \cdot 3^n$

583. 192, 3072, $a_n = 3 \cdot 2^n$

584. 4, 6, 6

RJEŠENJA

585. 13112221, 1113213211

586. 38, $a_n = a_{n-1} + n - 1$, $a_1 = 2$

587. 89, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, $a_1 = 2$, $a_2 = 3$

588. 50, $a_n = a_{n-1} + 2n - 1$, $a_1 = 1$

589. 10500 kn, 16383 kn

590. do 10 km model B, više od 10 km model A

591. do 100 min razgovora drugi model, više od 100 min prvi model

592. do 8 mj. prvi model, dulje od 8 mj. drugi model

593. 1100, 931.32; prva 3 ili 4 kruga prvu opciju, poslije drugu

594. $p...y = \frac{2}{3}x - \frac{11}{3}$

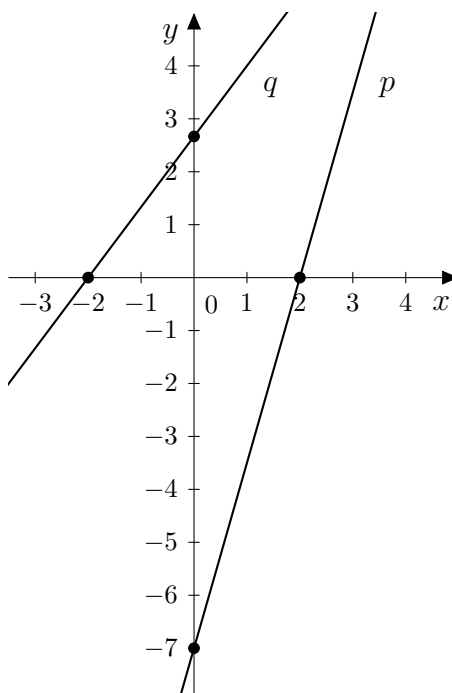
595. $m = -2$

596. $m = \frac{3}{2}$

597. $s...y = 2x + 6$

598. $p...y = -x + 4$

599. a) $p... \frac{x}{2} + \frac{y}{-7} = 1$ b) $q... \frac{x}{-2} + \frac{y}{\frac{8}{3}} = 1$ (vidi sliku!)



600. Zadatak ima dva rješenja: $p_1 \dots \frac{x}{8} + \frac{y}{12} = 1$ i $p_2 \dots \frac{x}{24} + \frac{y}{4} = 1$.

601. $y = \frac{1}{5}x + 1$

602. $p \dots y = 2x + \frac{1}{13}$

603. $x = 2$

604. $x = a$

605. $p = 32 \%$

606. U razredu ima 25 učenika.

607. a) 4.35 kn po kilogramu b) $x = 15$ kg

608. Otac ima 52 godine, mlađi sin 24, a stariji 28 godina.

609. 78

610. 57

611. 700

612. 240 km

613. 300 g zlata

614. 5 litara vode

615. u 1 h i 5.45 min.

616. $(x,y) = (3, -5)$

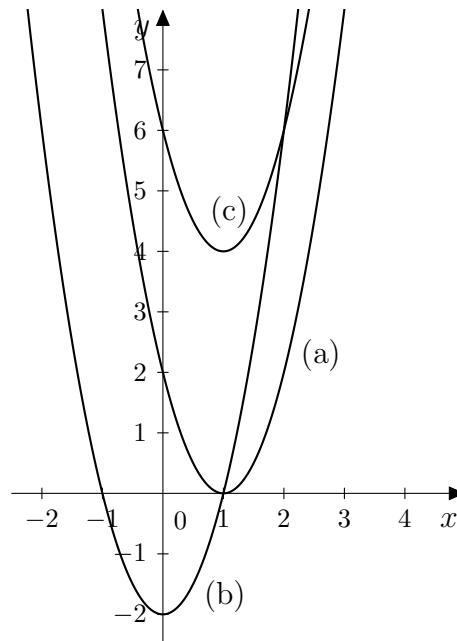
617. $(x,y) = (10,5)$

618. $(x,y) = \left(\frac{1}{a+b}, 0\right)$

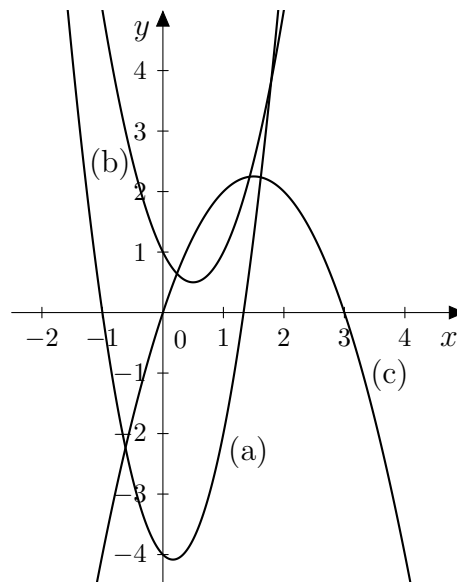
619. $m = \frac{5}{4}$

620. $m = -4$

621.



622.



623. a) $T\left(-\frac{5}{6}, -\frac{49}{12}\right)$ b) $T(2, 3)$ c) $T(-2, -12)$

624. $y = -3x^2$

625. $y = -2x^2 + 6$

626. $y = 2x^2 - 4x + 2$

627. a) $x_{1,2} = \pm a, a \neq 0$

b) $x_{1,2} = \pm 1, a \neq \pm b, c \neq \pm d, ad \neq bc$; za $ad = bc$ rješenje je $x \in \mathbb{C}$

628. a) $x_1 = -\frac{3 - \sqrt{33}}{4}, x_2 = -\frac{3 + \sqrt{33}}{4}$ b) $x_1 = 1, x_2 = -\frac{20}{7}$

629. a) $x_1 = \frac{a}{b}, x_2 = \frac{b}{a}$ b) $x_1 = \frac{2a - 5}{3a}, x_2 = \frac{5}{3a}$

630. a) $x_1 = \frac{a - 3b}{2b}, x_2 = \frac{a + b}{3b}$ b) $x_1 = \frac{a + 2b}{b}, x_2 = \frac{2a - b}{3a}$

631. $m_1 = 10, m_2 = -8$

632. Jednadžba nema rješenja u skupu \mathbb{R} .

633. $(x_1, y_1) = \left(1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}, 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right), (x_2, y_2) = \left(1 - \frac{2\sqrt{3}}{3}, 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

634. $(x_1, y_1) = (1, -1), (x_2, y_2) = \left(-\frac{1}{3}, 3\right)$

635. To su brojevi 45 i 54.

636. $T = \{-1, 0, 1, 2\}$.

637. a) $x \in \langle -\infty, 2 \rangle \cup \langle \frac{11}{2}, +\infty \rangle$ b) $x \in [-\frac{1}{8}, 8]$

638. $x \in \langle -\infty, -3 \rangle \cup [2, +\infty)$

639. $x \in [-5, +\infty)$

640. $m \in \langle 2, 10 \rangle$

641. (a) $x_1 = -1, x_2 = 7$ (b) $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 1$ (c) $x \in \langle -\infty, -5 \rangle \cup \langle 4, \infty \rangle$

(d) $x \in [3, 5]$ (e) $x \in \langle -\infty, -2 \rangle \cup [4, \infty)$ (f) $x \in \langle -\frac{1}{2}, \frac{1}{3} \rangle$

642. (a) $x \in \langle -2, 3 \rangle$ (b) $x \in \langle 1, \frac{4}{3}]$ (c) $x \in \langle -1, \infty \rangle$
(d) $x \in \langle -\infty, -3 \rangle \cup \langle -\frac{1}{2}, \infty \rangle$ (e) $x \in \langle -\infty, 5 \rangle \cup [19, \infty \rangle$

643. $(f + g)(x) = -x^3 - 3x^2 + 3x + 1$
 $(f - g)(x) = 5x^3 - 3x^2 + 7x - 5$
 $(3f - 2g)(x) = 12x^3 - 9x^2 + 19x - 12$
 $(f \cdot g)(x) = -6x^6 + 9x^5 - 19x^4 + 18x^3 - 19x^2 + 19x - 6$

644. a) $3x^6 - 11x^5 + 14x^4 - 13x^3 + 20x^2 - 20x + 7$
b) $x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$
c) $x^4 - x^2 + 1$

645. a) $x^3 + 3x^2 - x + 1$
b) $6x^3 + 2x^2 - 5x - 1$

646. a) $3x^4 - 3x^3 + 1$ i ostatak $x + 1$
b) $2x^3 + x^2 - 1$ i ostatak $x - 1$

647. $q(x) = x^2 - x + 4$, $r(x) = -13$

648. $f(x) = x^2 + 1$

649. $x^6 + x^4 + 8x^3 + 7x^2 + 4x + 35$

650. $r(x) = -3$

651. $a = -42$

652. $M(f(x), g(x)) = x + 2$

653. $M(f(x), g(x)) = x - 2$

654. $M(f(x), g(x)) = 1$

655. $f(x + 1) = x^2 + 2x + 2$

656. $a = -24$, $b = 105$

657. $a = 5$, $b = -1$

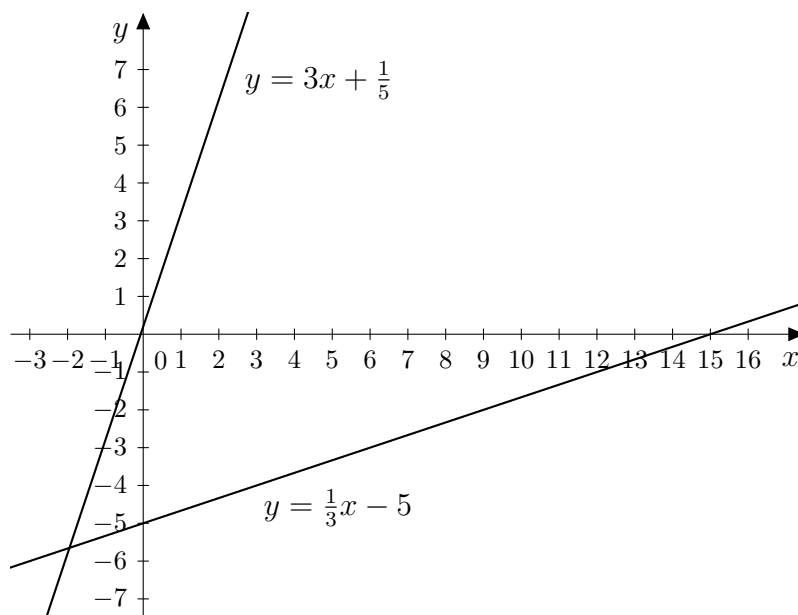
658. $r(x) = 121$

659. $a = -3$

660. $a = 5$

661. $q(x) = x - 1$

662.



$$(f \circ g)(x) = x - \frac{74}{15}, \quad (g \circ f)(x) = x - \frac{74}{5}$$

663. $h(x) = 4x - 5, \quad k(x) = 4x + 1.$

Ne postoji $x \in \mathbb{R}$ takav da je $h(x) = k(x)$.

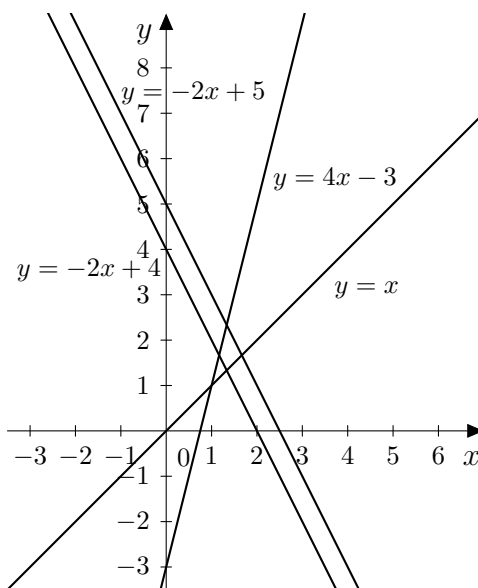
664. $(f \circ g)(x) = 2x^2 + 1, \quad (g \circ f)(x) = 4x^2 + 12x + 8,$
 $f(1 - g(1)) = 5$

665. $(f \circ g)(x) = x^2 + \frac{1}{2}x - 1, \quad (g \circ f)(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 1,$
 $f(2 - g(0)) = 21$

666. $(f \circ (g \circ h))(x) = ((f \circ g) \circ h)(x) = \frac{3x^4 + 8x^2 + 6}{x^4 + 4x^2 + 4}$

667. $(f \circ g)(x) = -10x^2 + 7, \quad (g \circ f)(x) = 20x^2 - 20x + 2$

668. $(f \circ f)(x) = 4x - 3, \quad (f \circ g)(x) = -2x + 5,$
 $(g \circ f)(x) = -2x + 4, \quad (g \circ g)(x) = x$



669. $(g \circ f)(x) = \frac{2x + 1}{10 - 5x}$, $(f \circ g)(x) = \frac{x + 1}{2x - 1}$

670. $(f \circ g)(x) = 2x^6 - 12x^5 + 24x^4 - 16x^3 - 5x^2 + 10x - 2$,
 $(g \circ f)(x) = 4x^6 - 20x^4 - 12x^3 + 25x^2 + 30x + 8$

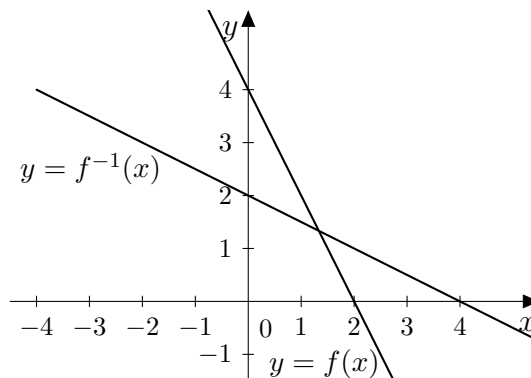
671. 1

672. Jednadžba nema rješenja.

673. $f^{-1}(0) = \frac{5}{3}$, $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 6$

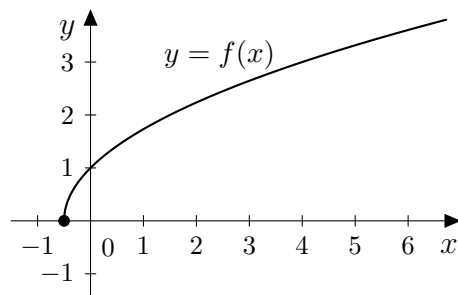
674. $f^{-1}(x) = \frac{2x + 1}{5x + 2}$, $f^{-1}(2 + \sqrt{3}) = \frac{30 - \sqrt{3}}{69}$

675. $f^{-1}(x) = -\frac{1}{2}x + 2$

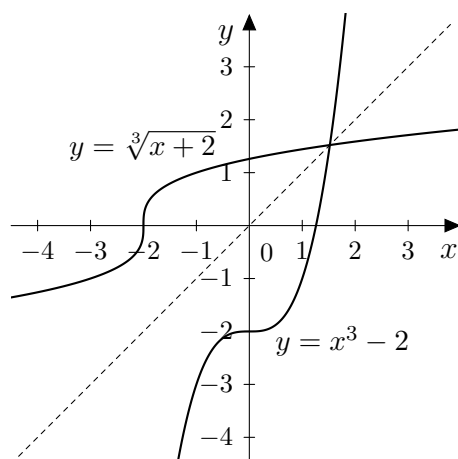


676. $D(f) = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{15} \right\}, \quad f^{-1}(x) = \frac{-\frac{1}{5}x - 1}{3x - 2}$

677. $D(f) = \left[-\frac{1}{2}, +\infty \right)$



678. $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+2}$



679. a) $f^{-1}(y) = \frac{y+2}{y}$ b) $f^{-1}(y) = \sqrt[3]{y+8}$ c) $f^{-1}(y) = -\frac{2y}{y-2}$
 d) $f^{-1}(y) = \sqrt[3]{16-2y}$

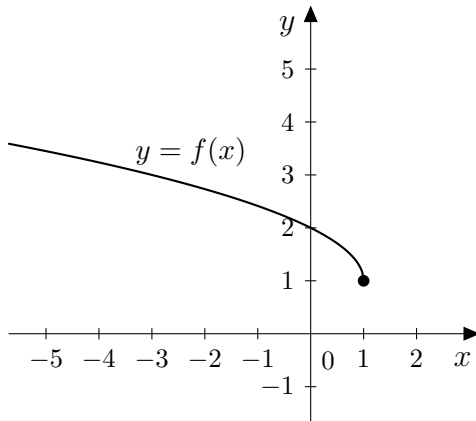
680. a) $f^{-1}(y) = \log_2 \frac{1}{y}$ b) $f^{-1}(y) = \frac{1}{2} \log(y+1)$ c) $f^{-1}(y) = 3 - \log_5 y$
 d) $f^{-1}(y) = \log_3(y-2) + 1$ e) $f^{-1}(y) = 2 - 2 \log_2 y$ f) $f^{-1}(y) = \log_2 \frac{6}{y-1}$

681. 8

682. $f^{-1}(x) = 5x + 30$

683. $D(f) = [-2, 4], \quad S(f) = [-1, 3];$
 f nije injekcija jer je npr. $f(-1) = f(1) = 0$

684. $D(f) = \langle -\infty, 1 \rangle$, $S(f) = [1, +\infty)$



685. $f(x) = x^2 + 2$, $f^{-1}(x) = \sqrt{x - 2}$, $f(11) + f^{-1}(51) = 130$

686. $f^{-1}(x) = x - 2$, $g^{-1}(x) = \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}$,
 $(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x) = \frac{1}{5}x - \frac{1}{5}$

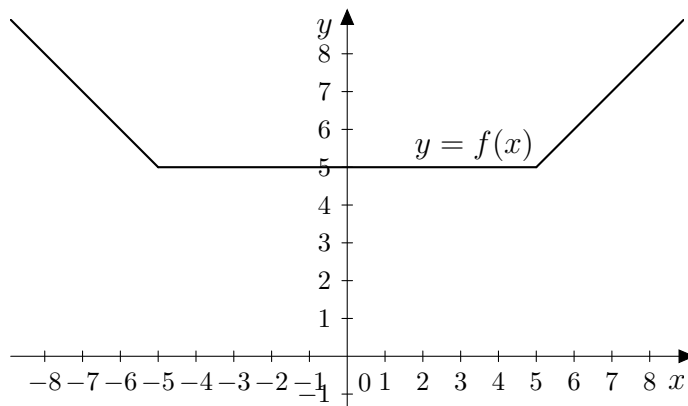
687. 2

688. a) $f(x) = 3x - 5$ b) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x$ c) $f(x) = -2x - \frac{2}{3}$
d) $f(x) = x^2 + 2x - 2$ e) $f(x) = x^2 - 2$ f) $f(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$

689. $f\left(\frac{1}{1-x}\right) = \frac{1}{x}$

690. $f(1 - \sqrt{2}) = f(1 + \sqrt{2}) = 0$, prema tome f nije injekcija, pa ni bijekcija

691.



Funkcija f nije injekcija jer je npr. $f(0) = f(1) = 5$.

697. (a) $f(0.75) = 2$, $f(1) = 2.20$ i $f(2.5) = 2.40$; (b) nije definirana;
(c) $\langle 0, 4 \rangle$; (d) možemo uzeti npr. \mathbb{R} ili $[0, +\infty)$

698. (b) postiže minimum -5.3 za $x = \pm 4$, ne postiže maksimum (samo lokalni maksimum 3 za $x = 0$) (c) pada za $x \in \langle -\infty, -4.4 \rangle$, raste na $\langle -4.4, 0 \rangle$, pada na $\langle 0, 4.4 \rangle$, raste na $\langle 4.4, +\infty \rangle$ (d) $f(2) = 0$, $f(4) = -5.3$
(e) $\langle -2.8, 2.1 \rangle$, $[-5.3, 3]$ (f) za $x = \pm 1.5$, za $x = \pm 6.2$ (g) za $x \in \langle -6.6, -6.4 \rangle \cup \langle -0.9, 0.9 \rangle \cup \langle 6.4, 6.6 \rangle$, za $x \in \langle -6, -2 \rangle \cup \langle 2, 6 \rangle$

699. (b) ne postiže ni minimum, ni maksimum (c) svugdje pada (d) $f(2) = -3$, $f(-1) = 3$ (e) $\langle -5, 1 \rangle$, $\langle 5, +\infty \rangle$ (f) za $x = 1$, za $x = \frac{1}{2}$ (g) za $x \in \langle -2, 0 \rangle$, za $x \in \langle \frac{1}{2}, +\infty \rangle$

700. (b) minimum ne postiže, postiže maksimum 9 za $x = 0$ (c) raste na $\langle -\infty, 0 \rangle$, pada na $\langle 0, +\infty \rangle$ (d) $f(2) = 4.5$ (e) $\langle 1.8, 7.2 \rangle$, $\langle 0.9, 9 \rangle$ (f) ne postiže vrijednost -1 (g) za $x \in \langle -\infty, -3.6 \rangle \cup \langle 3.6, +\infty \rangle$, za $x \in \langle -1.7, 1.7 \rangle$

701. (b) postiže minimum -0.9 za $x = -2.2$, ne postiže maksimum (c) raste na $\langle -2.2, +\infty \rangle$, pada na $\langle -\infty, -2.2 \rangle$ (d) $f(2) = 4.6$, $f(-10) = -0.2$
(e) $[-0.9, 0]$ (f) za $x = 1.7$, ne postiže vrijednost -2 (g) za $x \in \langle -\infty, 0.8 \rangle$, za $x \in \langle 1.3, +\infty \rangle$

702. (b) ne postiže minimum, postiže maksimum 9 za $x = 1$ (c) raste na $\langle -\infty, 1 \rangle$, pada na $\langle 1, +\infty \rangle$ (d) $f(2) = 8$, $f(-1) = 5$ (e) $\langle 0, 8 \rangle$, $\langle -\infty, 9 \rangle$
(f) za $x = -2.2$ i $x = 4.2$, za $x = -3$ i $x = 5$ (g) za $x \in \langle -1, 3 \rangle$, za $x \in \langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle 4, +\infty \rangle$

703. (b) ne postiže ni minimum, ni maksimum, samo lokalni minimum -4 za $x = 0$ i lokalni maksimum -2.3 za $x = -1.4$ (c) raste na $\langle -\infty, -1.4 \rangle$, pada na $\langle -1.4, 0 \rangle$, raste na $\langle 0, +\infty \rangle$ (d) $f(3) = 2.3$ (e) $\langle -\infty, -2.3 \rangle$ (f) za $x = -3, x = -0.6$ i $x = 0.6$ (g) za $x \in \langle 2.1, 4.4 \rangle$

704. (b) ne postiže minimum, postiže maksimum 2 za $x = 0$ (c) raste na $\langle -\infty, 0 \rangle$, pada na $\langle 0, +\infty \rangle$ (d) $f(-1) = 1.6$ (e) $\langle 0.15, 2 \rangle$ (f) ne postiže vrijednost -1 (g) za $x \in \langle -\infty, -1.6 \rangle \cup \langle 1.6, +\infty \rangle$

705. (b) ne postiže ni minimum, ni maksimum (c) raste na $\langle -\infty, 1 \rangle$, pada na $\langle 1, +\infty \rangle$ (d) $f(2) = 0$ (e) $\langle 0, 1 \rangle$ (f) za $x = 4$ (g) za $x \in \langle 0.5, 1 \rangle$, za $x \in \langle 1, 1.2 \rangle$

706. (b) postiže minimum 0 za $x = 0$, ne postiže maksimum (c) raste na $\langle -\infty, -2 \rangle$, pada na $\langle -2, 0 \rangle$, raste na $\langle 0, +\infty \rangle$ (d) $f(2) = 1$ (e) $[0, 1]$ (f) za $x = -3, x = -1$ i $x = 2$ (g) za $x \in \langle -2.7, -2 \rangle \cup \langle -2, -1.2 \rangle \cup \langle 3.2, +\infty \rangle$

707. (a) $f(-2) = 1, f(0) = 2, f(3) = 3.5$ (b) nultočka: $x = -4$ (d) f svugdje raste (na cijeloj domeni) (e) funkcija postiže sve vrijednosti u skupu \mathbb{R} , ne postiže najmanju i najveću vrijednost (f) $\langle 3, +\infty \rangle$ (g) za $x \in \langle -6, -4 \rangle$

708. (a) $f(-2) = 2, f(0) = -1, f(3) = -5.5$ (b) nultočka: $x = -\frac{2}{3}$ (d) f svugdje pada (e) funkcija postiže sve vrijednosti u skupu \mathbb{R} , ne postiže najmanju i najveću vrijednost (f) $\langle -1, 5 \rangle$ (g) za $x \in \langle -\frac{8}{3}, +\infty \rangle$

709. (a) $f(-2) = 8, f(0) = 6, f(3) = 3$ (b) nultočka: $x = 6$ (d) f pada na cijeloj domeni (e) funkcija postiže sve vrijednosti u skupu \mathbb{R} , ne postiže najmanju i najveću vrijednost (f) $\langle 3, +\infty \rangle$ (g) za $x \in \langle 6, 12 \rangle$

710. (a) $f(-2) = 5, f(0) = 1, f(3) = -5$ (b) nultočka: $x = 0.5$ (d) f svugdje pada (e) funkcija postiže sve vrijednosti u skupu \mathbb{R} , ne postiže najmanju i najveću vrijednost (f) $\langle -\infty, -5 \rangle$ (g) za $x \in \langle -\infty, 3 \rangle$

711. (a) $f(-3) = -3, f(-1) = 1, f(2) = 7$ (b) nultočka: $x = -1.5$ (d) f raste na cijeloj domeni (e) funkcija postiže sve vrijednosti u skupu \mathbb{R} , ne postiže najmanju i najveću vrijednost (f) $\langle -1, 7 \rangle$ (g) za $x \in \langle 1, +\infty \rangle$

712. (a) $f(-2) = -12, f(0) = 0, f(1) = 3$ (b) nultočke: $x = 0$ i $x = 4$ (d) f raste na $\langle -\infty, 2 \rangle$, f pada na $\langle 2, +\infty \rangle$ (e) funkcija postiže vrijednosti iz $\langle -\infty, 4 \rangle$, ne postiže najmanju vrijednost, a najveću vrijednost 4 postiže za $x = 2$ (f) $\langle -\infty, 4 \rangle$ (g) za $x \in \langle 0, 4 \rangle$

713. (a) $f(-5) = 17$, $f(0) = 2$, $f(2) = 10$ (b) nema nultočkaka (d) f raste na $\langle -1, +\infty \rangle$, f pada na $\langle -\infty, -1 \rangle$ (e) funkcija postiže sve vrijednosti iz $[1, +\infty)$, ne postiže najveću vrijednost, a najmanju vrijednost 1 postiže za $x = -1$ (f) $[1, 10)$ (g) za $x \in \langle -4, -3 \rangle \cup \langle 1, 2 \rangle$

714. (a) $f(-1) = -12$, $f(0) = -5$, $f(3) = 4$ (b) nultočke: $x = 1$ i $x = 5$ (d) f raste na $\langle -\infty, 3 \rangle$, f pada na $\langle 3, +\infty \rangle$ (e) funkcija postiže sve vrijednosti iz $\langle -\infty, 4 \rangle$, ne postiže najmanju vrijednost, a najveću vrijednost 4 postiže za $x = 3$ (f) $\langle -5, 4 \rangle$ (g) za $x \in \langle 1, 2 \rangle \cup \langle 4, 5 \rangle$

715. (a) $f(-5) = -32$, $f(1) = 4$, $f(3) = 0$ (b) nultočke: $x = -1$ i $x = 3$ (d) f raste na $\langle -\infty, 1 \rangle$, f pada na $\langle 1, +\infty \rangle$ (e) funkcija postiže sve vrijednosti iz $\langle -\infty, 4 \rangle$, ne postiže najmanju vrijednost, a najveću vrijednost 4 postiže za $x = 1$ (f) $\langle -5, 4 \rangle$ (g) za $x \in \langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle 4, +\infty \rangle$

716. (a) $f(-5) = 18$, $f(0) = -2$, $f(3) = 10$ (b) nultočke: $x = -2$ i $x = 1$ (d) f raste na $\langle -0.5, +\infty \rangle$, f pada na $\langle -\infty, -0.5 \rangle$ (e) funkcija postiže sve vrijednosti iz $[-\frac{9}{4}, +\infty)$, ne postiže najveću vrijednost, a najmanju vrijednost $-\frac{9}{4}$ postiže za $x = -0.5$ (f) $[-\frac{9}{4}, 0)$ (g) za $x \in \langle -3, 2 \rangle$

717. (a) $\mathcal{D}(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (b) $f(-5) = -0.2$, $f(-3) = -\frac{1}{3}$, $f(0.2) = 5$, $f(1) = 1$, $f(4) = 0.25$ (d) f pada na $\langle -\infty, 0 \rangle$ i na $\langle 0, +\infty \rangle$ (e) funkcija postiže sve vrijednosti osim 0, ne postiže ni najmanju, ni najveću vrijednost (f) $\langle -\infty, -1 \rangle \cup \langle 1, +\infty \rangle$ (g) za $x \in \langle 0, 0.5 \rangle$

718. (a) $\mathcal{D}(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (b) $f(-1) = 1$, $f(-3) = \frac{1}{9}$, $f(0.2) = 25$, $f(1) = 1$, $f(2) = 0.25$ (d) f raste na $\langle -\infty, 0 \rangle$, f pada na $\langle 0, +\infty \rangle$ (e) funkcija postiže sve vrijednosti iz $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, ne postiže ni najmanju, ni najveću vrijednost (f) $\langle 0, 1 \rangle$ (g) za $x \in \langle -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3} \rangle \cup \langle \frac{1}{3}, \frac{1}{2} \rangle$

719. (a) $\mathcal{D}(f) = [0, +\infty)$ (b) $f(0) = 0$, $f(1) = 1$, $f(16) = 4$ (d) f svugdje raste (e) funkcija postiže sve vrijednosti iz $[0, +\infty)$, ne postiže najveću vrijednost, a najmanju vrijednost 0 postiže za $x = 0$ (f) $\langle 1, 3 \rangle$ (g) za $x \in [0, 4)$

720. (a) $\mathcal{D}(f) = \mathbb{R}$ (b) $f(-2) = \frac{1}{9}$, $f(0) = 1$, $f(1) = 3$, $f(2) = 9$ (d) f svugdje raste (e) funkcija postiže sve vrijednosti veće od 0, ne postiže najveću vrijednost, ni najmanju vrijednost (f) $\langle \frac{1}{27}, 3 \rangle$ (g) za $x \in \langle 2, +\infty \rangle$

721. (a) $\mathcal{D}(f) = \mathbb{R}$ (b) $f(-3) = 27$, $f(0) = 1$, $f(1) = \frac{1}{3}$, $f(3) = \frac{1}{27}$ (d) f svugdje pada (e) funkcija postiže sve vrijednosti iz $\langle 0, +\infty \rangle$, ne postiže najveću vrijednost, ni najmanju vrijednost (f) $\langle 0, 9 \rangle$ (g) za $x \in \langle \frac{1}{9}, \frac{1}{3} \rangle$

722. (a) $\mathcal{D}(f) = \mathbb{R}$ (b) $f(-2) = 25$, $f(0) = 1$, $f(1) = 0.2$, $f(2) = 0.04$
 (d) f svugdje pada (e) funkcija postiže sve vrijednosti iz $\langle 0, +\infty \rangle$, ne postiže ni najveću, ni najmanju vrijednost (f) $\langle 0.2, 125 \rangle$ (g) za $x \in \langle -\infty, -1 \rangle$

723. (a) $\mathcal{D}(f) = \langle 0, +\infty \rangle$ (b) $f(0.25) = -2$, $f(0.5) = -1$, $f(1) = 0$,
 $f(2) = 1$, $f(4) = 2$ (d) f svugdje raste (e) funkcija postiže sve realne
 vrijednosti pa ne postiže ni najveću, ni najmanju vrijednost (f) $\langle -\infty, 1 \rangle$,
 $\langle 0, 3 \rangle$ (g) za $x \in \langle 1, +\infty \rangle$, za $x \in \langle \frac{1}{8}, \frac{1}{2} \rangle$

724. (a) $\mathcal{D}(f) = \langle 0, +\infty \rangle$ (b) $f(\frac{1}{3}) = -1$, $f(1) = 0$, $f(3) = 1$, $f(9) = 2$
 (d) f svugdje raste (e) funkcija postiže sve realne vrijednosti pa ne
 postiže ni najveću, ni najmanju vrijednost (f) $\langle -\infty, 1 \rangle$, $\langle 2, +\infty \rangle$ (g) za
 $x \in \langle 1, +\infty \rangle$, za $x \in \langle \frac{1}{27}, \frac{1}{3} \rangle$

725. (a) $\mathcal{D}(f) = \langle 0, +\infty \rangle$ (b) $f(0.1) = -1$, $f(0.01) = -2$, $f(1) = 0$,
 $f(100) = 2$, $f(1) = 0$ (d) f svugdje raste (e) funkcija postiže sve realne
 vrijednosti pa ne postiže ni najveću, ni najmanju vrijednost (f) $\langle -\infty, 0 \rangle$,
 $\langle -1, 1 \rangle$ (g) za $x \in \langle 1, +\infty \rangle$, za $x \in \langle 0.001, 0.1 \rangle$

730. (a) $\text{Im } f = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ (b) $f(\{a, b, c\}) = \{2, 3, 4\}$, $f(\{b, d, e\}) = \{1, 4, 5\}$,
 $f^{-1}(\{3, 4, 5\}) = \{b, c, d\}$, $f^{-1}(\{1, 2, 5\}) = \{a, d, e\}$ (c) f je surjektivna jer su
 svi elementi kodomene u slici funkcije (d) f je injektivna jer se različiti
 elementi domene preslikavaju u različite elemente kodomene (e) f je bijek-
 tivna. Inverzna funkcija je $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{a, b, c, d, e\}$, $g(1) = e$, $g(2) = a$,
 $g(3) = c$, $g(4) = b$, $g(5) = d$.

731. (a) $\text{Im } f = \{1, 2, 4\}$ (b) $f(\{a, b, d\}) = \{1, 4\}$, $f(\{c, e\}) = \{1, 2\}$,
 $f^{-1}(\{3, 4, 5\}) = \{a, b\}$, $f^{-1}(\{1, 2\}) = \{c, d, e\}$ (c) f nije surjektivna jer npr.
 3 nije u slici funkcije (d) f nije injektivna jer je npr. $f(a) = f(b)$ (e)
 $f|_{\{a, c, e\}} : \{a, c, e\} \rightarrow \{1, 2, 4\}$ je bijektivna. Inverzna funkcija je $g : \{1, 2, 4\} \rightarrow$
 $\{a, c, e\}$, $g(1) = c$, $g(2) = e$, $g(4) = a$.

732. (a) $\text{Im } f = \{1, 2, 3, 5\}$ (b) $f(\{a, b, d\}) = \{2, 3, 5\}$, $f(\{c\}) = \{1\}$,
 $f^{-1}(\{3, 4, 5\}) = \{a, d\}$, $f^{-1}(\{1, 2\}) = \{b, c\}$ (c) f nije surjektivna jer 4 nije u
 slici funkcije (d) f je injektivna jer se različiti elementi domene preslikavaju
 u različite elemente kodomene (e) $f : \{a, b, c, d\} \rightarrow \{1, 2, 3, 5\}$ je bijektivna.
 Inverzna funkcija je $g : \{1, 2, 3, 5\} \rightarrow \{a, b, c, d\}$, $g(1) = c$, $g(2) = b$, $g(3) = d$,
 $g(5) = a$.

733. (a) $\text{Im } f = \{a, b, c, d\}$ (b) $f(\{1, 2, 3\}) = \{a, b, d\}$, $f(\{4, 5\}) = \{a, c\}$,
 $f^{-1}(\{a, c\}) = \{3, 4, 5\}$, $f^{-1}(\{b, d\}) = \{1, 2\}$ (c) f je surjektivna jer su svi
 elementi kodomene u slici funkcije (d) f nije injektivna jer je $f(3) = f(4)$
 (e) $f|_{\{1, 2, 4, 5\}} : \{1, 2, 4, 5\} \rightarrow \{a, b, c, d\}$ je bijektivna. Inverzna funkcija je $g :$
 $\{a, b, c, d\} \rightarrow \{1, 2, 4, 5\}$, $g(a) = 4$, $g(b) = 2$, $g(c) = 5$, $g(d) = 1$.

734. (a) $\text{Im } f = \{a, b, d\}$ (b) $f(\{1, 2, 3, 5\}) = \{a, b\}$, $f(\{4, 5\}) = \{b, d\}$, $f^{-1}(\{c, d\}) = \{4\}$, $f^{-1}(\{a, b\}) = \{1, 2, 3, 5\}$ (c) f nije surjekcija jer npr. e nije u slici funkcije (d) f nije injekcija jer je npr. $f(2) = f(3)$ (e) $f|_{\{3, 4, 5\}} : \{3, 4, 5\} \rightarrow \{a, b, d\}$ je bijekcija. Inverzna funkcija je $g : \{a, b, d\} \rightarrow \{3, 4, 5\} \rightarrow$, $g(a) = 3$, $g(b) = 5$, $g(d) = 4$.

735. (a) $\text{Im } f = \{a, b, c, d, e\}$ (b) $f(\{1, 2, 3, 5\}) = \{a, c, d, e\}$, $f(\{4, 5\}) = \{b, c\}$, $f^{-1}(\{c, d\}) = \{3, 5\}$, $f^{-1}(\{a, b, c\}) = \{2, 4, 5\}$ (c) f je surjekcija jer su svi elementi kodomene u slici funkcije (d) f je injekcija jer se različiti elementi domene preslikavaju u različite elemente kodomene (e) f je bijekcija. Inverzna funkcija je $g : \{a, b, c, d, e\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $g(a) = 2$, $g(b) = 4$, $g(c) = 5$, $g(d) = 3$, $g(e) = 1$.

742. (a) $g(-2) = 8$, $g(-1) = 5$, $g(0) = 2$, $g(1) = -1$, $g(2) = -4$ (c) $g(\langle -1, 1 \rangle) = \langle -1, 5 \rangle$, $g(\langle 0, 4 \rangle) = [-10, 2]$ (d) $g^{-1}(\langle -\infty, 2 \rangle) = \langle 0, +\infty \rangle$, $g^{-1}([-1, 5]) = [-1, 1]$ (e) g je surjekcija, $\text{Im } g = \mathbb{R}$ (f) g je injekcija, različiti elementi domene preslikavaju se u različite elemente kodomene (g) inverzna funkcija $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (i) $h(x) = \frac{1}{3}(x - 2)$

743. (a) $g(-2) = 4$, $g(-1) = 1$, $g(0) = 0$, $g(1) = 1$, $g(2) = 4$ (c) $g([-2, 1]) = [0, 4]$, $g(\langle -\infty, -3 \rangle) = [9, +\infty)$ (d) $g^{-1}(\langle -\infty, 4 \rangle) = \langle -2, 2 \rangle$, $g^{-1}(\langle 1, 9 \rangle) = \langle -3, -1 \rangle \cup \langle 1, 3 \rangle$ (e) g nije surjekcija, $\text{Im } g = [0, +\infty)$ (f) g nije injekcija, npr. $g(1) = g(-1)$ (g) $g|_{[0, +\infty)} : [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$ je bijekcija. Inverzna funkcija $h : [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$ (i) $h(x) = \sqrt{x}$

744. (a) $g(-2) = -8$, $g(-1) = -1$, $g(0) = 0$, $g(1) = 1$, $g(2) = 8$ (c) $g([-2, 1]) = [-8, 1]$, $g(\langle 2, +\infty \rangle) = \langle 8, +\infty)$ (d) $g^{-1}(\langle -\infty, -1 \rangle) = \langle -\infty, -1 \rangle$, $g^{-1}(\langle 0, 1 \rangle) = \langle 0, 1 \rangle$ (e) g je surjekcija, $\text{Im } g = \mathbb{R}$ (f) g je injekcija, različiti elementi domene preslikavaju se u različite elemente kodomene (g) g je bijekcija. Inverzna funkcija $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (i) $h(x) = \sqrt[3]{x}$

745. (a) $g(-2) = -8$, $g(-1) = -3$, $g(0) = 0$, $g(1) = 1$, $g(2) = 0$ (c) $g([0, 2]) = [0, 1]$, $g(\langle -2, 2 \rangle) = \langle -8, 1 \rangle$ (d) $g^{-1}(\langle -8, -3 \rangle) = \langle -2, -1 \rangle \cup \langle 3, 4 \rangle$, $g^{-1}([0, +\infty)) = [0, 2]$ (e) g nije surjekcija, $\text{Im } g = \langle -\infty, 1 \rangle$ (f) g nije injekcija, npr. $g(0) = g(2)$ (g) $g|_{[1, +\infty)} : [1, +\infty) \rightarrow \langle -\infty, 1 \rangle$ je bijekcija. Inverzna funkcija $h : \langle -\infty, 1 \rangle \rightarrow [1, +\infty)$ (i) $h(x) = 1 + \sqrt{1 - x}$

746. (a) $g(-2) = 3$, $g(-1) = 2$, $g(0) = 3$, $g(1) = 6$, $g(2) = 11$ (c) $g([-2, 1]) = [2, 6]$, $g(\langle -\infty, -3 \rangle) = \langle 6, +\infty)$ (d) $g^{-1}(\langle -\infty, 1 \rangle) = \emptyset$, $g^{-1}(\langle 3, 11 \rangle) = \langle -4, -2 \rangle \cup \langle 0, 2 \rangle$ (e) g nije surjekcija, $\text{Im } g = [2, +\infty)$ (f) g nije injekcija, npr. $g(-2) = g(0)$ (g) $g|_{\langle -\infty, -1 \rangle} : \langle -\infty, -1 \rangle \rightarrow [2, +\infty)$ je bijekcija. Inverzna funkcija $h : [2, +\infty) \rightarrow \langle -\infty, -1 \rangle$ (i) $h(x) = -1 - \sqrt{x - 2}$

747. (a) $\mathcal{D}(f) = [0, +\infty)$ (b) $g(0) = 0, g(1) = 1, g(4) = 2, g(9) = 3$ (d) $g([0,1]) = [0, 1], g(\langle 9, +\infty \rangle) = \langle 3, +\infty \rangle$ (e) $g^{-1}(\langle 0,4 \rangle) = \langle 0,2 \rangle, g^{-1}(\langle \frac{1}{2}, +\infty \rangle) = \langle \frac{1}{4}, +\infty \rangle$ (f) g je surjekcija, $\text{Im } g = [0, +\infty)$ (g) g je injekcija, različiti elementi domene se preslikavaju u različite elemente kodomene (h) g je bijekcija. Inverzna funkcija $h : [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$ (j) $h(x) = x^2$

748. (a) $\mathcal{D}(f) = [0, +\infty)$ (b) $g(-8) = -1, g(-1) = -1, g(0) = 0, g(1) = 1, g(8) = 2$ (d) $g([-8,1]) = [-2, 1], g(\langle -\infty, -1 \rangle) = \langle -\infty, -1 \rangle$ (e) $g^{-1}(\langle -\infty, 0 \rangle) = \langle -\infty, 0 \rangle, g^{-1}(\langle -8, 8 \rangle) = \langle -2, 2 \rangle$ (f) g je surjekcija, $\text{Im } g = \mathbb{R}$ (g) g je injekcija, različiti elementi domene se preslikavaju u različite elemente kodomene (h) g je bijekcija. Inverzna funkcija $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (j) $h(x) = x^3$

749. (a) $\mathcal{D}(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (b) $g(-2) = -\frac{1}{2}, g(-1) = -1, g(1) = 1, g(2) = \frac{1}{2}$ (d) $g(\langle -\infty, -1 \rangle) = \langle -1, 0 \rangle, g(\langle \frac{1}{2}, 2 \rangle) = [\frac{1}{2}, 2]$ (e) $g^{-1}(\langle -1, 3 \rangle) = \langle -\infty, -1 \rangle \cup [\frac{1}{3}, +\infty), g^{-1}(\langle 2, +\infty \rangle) = \langle 0, \frac{1}{2} \rangle$ (f) g nije surjekcija, $\text{Im } g = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (g) g je injekcija, različiti elementi domene preslikavaju se u različite elemente kodomene (h) $g|_{\mathbb{R} \setminus \{0\}} : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$ je bijekcija. Inverzna funkcija $h : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (j) $h(x) = \frac{1}{x}$ (ista funkcija!)

750. (a) $\mathcal{D}(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (b) $g(-2) = \frac{1}{4}, g(-1) = 1, g(1) = 1, g(2) = \frac{1}{4}$ (d) $g([2, +\infty)) = \langle 0, \frac{1}{4} \rangle, g([-4, -2]) = [\frac{1}{16}, \frac{1}{4}]$ (e) $g^{-1}(\langle -\infty, 1 \rangle) = \langle -\infty, -1 \rangle \cup \langle 1, +\infty \rangle, g^{-1}([-4, 2]) = \langle -\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}} \rangle \cup [\frac{1}{\sqrt{2}}, +\infty)$ (f) g nije surjekcija, $\text{Im } g = \langle 0, +\infty \rangle$ (g) g nije injekcija, npr. $g(-2) = g(2)$ (h) $g|_{\langle 0, +\infty \rangle} : \langle 0, +\infty \rangle \rightarrow \langle 0, +\infty \rangle$ je bijekcija. Inverzna funkcija $h : \langle 0, +\infty \rangle \rightarrow \langle 0, +\infty \rangle$ (j) $h(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

751. (a) $g(-2) = 9, g(-1) = 3, g(0) = 1, g(1) = \frac{1}{3}, g(2) = \frac{1}{9}$ (c) $g([-2, -1]) = \langle 3, 9 \rangle, g(\langle 0, +\infty \rangle) = \langle 0, 1 \rangle$ (d) $g^{-1}(\langle 9, +\infty \rangle) = \langle -\infty, -2 \rangle, g^{-1}([\frac{1}{27}, 3]) = [-1, 3]$ (e) g nije surjekcija, $\text{Im } g = \langle 0, +\infty \rangle$ (f) g je injekcija, različiti elementi domene preslikavaju se u različite elemente kodomene (g) $g| : \mathbb{R} \rightarrow \langle 0, +\infty \rangle$ je bijekcija. Inverzna funkcija $h : \langle 0, +\infty \rangle \rightarrow \mathbb{R}$ (i) $h(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$

752. (a) $g(-2) = \frac{1}{4}, g(-1) = \frac{1}{2}, g(0) = 1, g(1) = 2, g(2) = 4$ (c) $g([-2, -1]) = [\frac{1}{4}, \frac{1}{2}], g(\langle 0, +\infty \rangle) = \langle 1, +\infty \rangle$ (d) $g^{-1}(\langle 4, +\infty \rangle) = \langle 2, +\infty \rangle, g^{-1}([\frac{1}{8}, 2]) = [-3, 1]$ (e) g nije surjekcija, $\text{Im } g = \langle 0, +\infty \rangle$ (f) g je injekcija, različiti elementi domene preslikavaju se u različite elemente kodomene (g) $g : \mathbb{R} \rightarrow \langle 0, +\infty \rangle$ je bijekcija. Inverzna funkcija $h : \langle 0, +\infty \rangle \rightarrow \mathbb{R}$ (i) $h(x) = \log_2 x$

753. (a) $\mathcal{D}(f) = \langle 0, +\infty \rangle$ (b) $g(\frac{1}{3}) = -1$, $g(1) = 0$, $g(3) = 1$, $g(9) = 2$
 (d) $g([\frac{1}{9}, 3]) = [-2, 1]$, $g(\langle 0, 1 \rangle) = \langle -\infty, 0 \rangle$ (e) $g^{-1}(\langle -\infty, -1 \rangle) = \langle 0, \frac{1}{3} \rangle$,
 $g^{-1}(\langle -2, 2 \rangle) = \langle \frac{1}{9}, 9 \rangle$ (f) g je surjektivna, $\text{Im } g = \mathbb{R}$ (g) g je injektivna,
 različiti elementi domene preslikavaju se u različite elemente kodomene (h)
 g je bijektivna. Inverzna funkcija $h : \mathbb{R} \rightarrow \langle 0, +\infty \rangle$ (j) $h(x) = 3^x$

754. (a) $\mathcal{D}(f) = \langle 0, +\infty \rangle$ (b) $g(\frac{1}{2}) = 1$, $g(1) = 0$, $g(\frac{1}{8}) = 3$, $g(2) = -1$
 (d) $g([\frac{1}{4}, 2]) = \langle -1, 2 \rangle$, $g(\langle 0, 4 \rangle) = \langle -2, +\infty \rangle$ (e) $g^{-1}(\langle -\infty, -1 \rangle) = \langle 2, +\infty \rangle$,
 $g^{-1}(\langle -2, 2 \rangle) = \langle \frac{1}{4}, 4 \rangle$ (f) g je surjektivna, $\text{Im } g = \mathbb{R}$ (g) g je injektivna,
 različiti elementi domene preslikavaju se u različite elemente kodomene (h)
 g je bijektivna. Inverzna funkcija $h : \mathbb{R} \rightarrow \langle 0, +\infty \rangle$ (j) $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

755. 2 pravca: 0, 1 točaka. 3 pravca: 0, 1 2 ili 3 točaka. 4 pravca: 0, 1, 3, 4, 5 ili 6 točaka.

757. 1, 3, 6, 10, 15, 21, ...

760. Ne vrijedi nejednakost trokuta (kružnice se ne sijeku).

761. Udaljenost između krajnjih točaka jednaka je zbroju udaljenosti između svake od njih i točke u sredini.

762. Ne, jer ne vrijedi nejednakost trokuta (sve tri točke leže na istom pravcu).

763. Zbroj duljina bilo kojih dviju stranica veći je od duljine treće.

764. $31 < d(A, C) < 551$

765. (a) da (b) da (c) da (d) ne (e) ne (f) da

766. Treća stranica je dulja od 8, a kraća od 32 cm.

767. $|PQ| < r_1 + r_2$.

768. $|AB| < 4$.

773. Zbroj susjednih kuteva je 180° .

774. Kut među simetralama je 90° .

776. Zbroj kuteva je 180° .

RJEŠENJA

785. Svi tupi kutevi su 122° , a šiljasti 58° .

786. Svi tupi kutevi su 108° , a šiljasti 72° .

787. $x = 83^\circ$

788. $x = 85^\circ$

789. $x = 20^\circ$

790. $x = 125^\circ$

791. $x = 140^\circ$

792. $x = 60^\circ$

793. $x = 20^\circ$

794. $x = 25^\circ$

795. $x = 120^\circ$

796. $x = 10^\circ$

797. $x = 40^\circ$

798. $x = 45^\circ$

803. $\alpha = 20^\circ$

804. $\beta = 26^\circ 12'$, $\gamma = 126^\circ 13'$, $\alpha_1 = 152^\circ 25'$, $\gamma_1 = 53^\circ 47'$

805. $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 100^\circ$

806. (a) Da (b) Ne

807. Ne.

809. $a = 6\sqrt{6}$ cm, $c = (6 + 6\sqrt{3})$ cm

811. 36 cm

812. 26 cm

813. 30 cm^2

814. 2.4 cm

816. 17 340 cm²

817. $\alpha = 55^\circ$, $\beta = 125^\circ$

818. 120 cm²

819. $f = 80$ cm, $O = 200$ cm

820. $e = 6$ cm, $f = 16$ cm

821. 120 cm²

822. 15 cm²

823. 1080 cm²

824. $5\sqrt{7}$ cm²

825. 1 : 3

826. $\frac{11}{36}$ površine trokuta

827. $d = 30$ cm

828. $m + n$, $a \cdot \frac{m + n}{m}$, $a \cdot \frac{m + n}{n}$

829. $s = 6$ cm

830. 15 cm, 18 cm

831. 52 cm

832. 46 cm

876. $|AB| = 10$ cm

877. $|RS| = \frac{8}{3}$

878. $|CS| = \frac{15}{2}$

894. $n = 12$

895. 24

896. 13

897. $6\sqrt{2}$ cm

898. 15

899. 75 cm^2

900. 36°

901. peterokut

902. 15

909. $P = 1625 \text{ m}^2$. Trebat će 18056 pločica, ako se pločice mogu rezati i lijepiti.

910. $P = 850.5 \text{ m}^2$

911. $v = 4.77 \text{ cm}$, $P = 7.15 \text{ cm}^2$

912. $a = 4.8 \text{ cm}$

914. $|OA_5| = \sqrt{5}$

915. $d = 4\sqrt{2}$

916. Ako je omjer stranica $4 : 3$, onda je površina 1200 cm^2 za dijagonalu 50 cm , odnosno 4800 cm^2 za dijagonalu 100 cm . Ako je omjer stranica $16 : 9$, onda je površina $1068,25 \text{ cm}^2$ za dijagonalu 50 cm , odnosno 4273 cm^2 za dijagonalu 100 cm .

917. $6\sqrt{5}$

918. $5\sqrt{5}$

919. $5 : 9$

920. 19 cm^2

921. Površina trokuta $\triangle ADF$ bit će redom

- (a) 10 (b) 18 (c) $\sqrt{2}$ (d) 49 (e) 24

Površine trokuta $\triangle ABE$ i $\triangle GDB$ bit će jednake površini trokuta $\triangle ADF$.
(Znate li zašto?)

922. 60 cm^2

923. 48 cm^2

925. 12 cm^2

926. Kada je teren u obliku kvadrata sa stranicama duljine 10 m.

927. Teren treba biti pravokutnik sa stranicama duljina 7.5 i 15 cm.

928. $12\sqrt{2} \text{ cm}$

929. 3228 cm^2

930. $\sqrt{30} \text{ cm}$

931. 42.08

932. 15.18 m^2

933. (a) 24 (b) 2.4

935. $\frac{P}{4}$

938. $2\sqrt{3} \text{ cm}$

939. $16\sqrt{2} \text{ cm}^2$

945. 110°

946. $l = \frac{17\pi}{12} \text{ cm}$, $P_i = \frac{85\pi}{12} \text{ cm}^2$

947. 36° , 72° , 108° , 144°

948. $P_{iv} = \frac{83\pi}{160} r^2$

949. $150\sqrt{3}$

950. 72

951. 13 cm

952. $l = 16$ cm

953. $r = 2$ cm

954. $\sqrt{5} : 2$

955. $3\sqrt{3} : 8$

956. $P = \left(\frac{\pi}{2} - \sqrt{2}\right) \text{ cm}^2$, $O = \left(\sqrt{8 - 4\sqrt{2}} + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$

957. $P_v = \frac{a^2}{4}\pi$

958. 4 : 5 : 6

959. $r = 17$ cm

960. $P = 3\sqrt{3} \text{ cm}^2$

961. $O = 10$ cm

962. 90°

963. 45°

964. (a) $x = 37.5^\circ$ (b) $x = 125^\circ$ (c) $x = 90^\circ$ (d) $y = 90^\circ$, $x = z = 45^\circ$
(e) $x = 60^\circ$, $y = 90^\circ$ (f) $x = 100^\circ$, $y = 110^\circ$

965. $x = 40^\circ$

966. $x = 31.5^\circ$

967. $|AB| = 12$ cm

968. $|AM| = 6$ cm

969. Stranice su tangente na kružnicu pa udaljenosti od pojedinoga vrha do odgovarajućih dirališta moraju biti jednake. Stranica $d = 3$ cm.

972. (a) $P = \frac{1}{6}\pi$ (b) $P = \frac{9}{4}\pi - \frac{9}{2}$ (c) $P = \frac{31}{90}\pi$ (d) $x = \left(\frac{630}{\pi}\right)^\circ$ (e)
 $P = 5\pi, |AB| = 2\sqrt{5}$

973. (a) $o = 7\pi$ cm, $P = 12.25\pi$ cm² (b) $P = 49.74$ cm² (c) $o = 12\pi$ cm

974. (a) $\frac{1}{3}\pi$ (b) $\frac{3}{2}\pi$ (c) $\frac{31}{90}\pi$ (d) 7 cm

975. Ako složimo boce u 2×2 oblik, tada ćemo moći povezati tako da se rubovi trake ne dodiruju, već da su oba ruba zalijepljeni za istu bocu (tada je potrebno nešto više od 76.27 cm).

977. $48 - 8\pi$ cm²

978. 265.26 puta

979. 270π cm

980. Ako se krajevi trake ne trebaju dodirivati, tada je potrebno nešto više od $24 + 6\pi$ cm, a ako se moraju, onda treba $24 + 12\pi$ cm trake.

985. $P = 8\pi - 4$

986. $P = 24 - 4\pi$

987. $P = 4(\pi - 2)$

988. $P = 2\pi + 4$

989. $P = 8 + \pi$

990. $P = 12 - 2\pi$

991. (a) 4 (b) 8 (c) $4 - \pi$ (d) $12 - 2\pi$ (e) $6 - \pi$ (f) $\frac{\pi}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}$ (g) $8 - 2\pi$
 (h) $12 - 2\pi$ (i) $8\pi - 16$ (j) 2π

992. $V = 60$ cm³, $O = 94$ cm²

993. $V = 6$ m³

994. $O = 198$ m²

995. $H = \frac{2ef}{ef - 4\sqrt{e^2 + f^2}}$

RJEŠENJA

996. $a = 2\sqrt{3}$ cm

997. $\pi : 2$

998. $1 : \sqrt{3}$

999. $V = 768 \text{ cm}^3$, $O = 48(7 + \sqrt{10} + \sqrt{17}) \text{ cm}^2$

1000. $V = \frac{448}{3} \text{ cm}^3$, $O = (64 + 16\sqrt{65}) \text{ cm}^2$

1001. Razina će se podići za 0.5 cm.

1002. $H = \frac{16}{9\pi}$ cm

1003. $P = 6\pi \text{ cm}^2$, $V = 3\pi \text{ cm}^3$

1004. $98 : 27$

1005. $O = 24\pi$, $V = 12\pi$

1006. 216°

1007. $r = \sqrt{3}$ cm

1008. $r = 1$ cm, $O = 4\pi \text{ cm}^2$

1009. $O = \frac{4872}{13}\pi \text{ cm}^2$, $V = \frac{9408}{13}\pi \text{ cm}^3$

1010. $V = 32\pi \text{ cm}^3$

1011. Oplošje se poveća za 108π .